



Ensemble des nombres réels et sous-ensembles

Exercice1 : Les nombres $\frac{54}{40}, \frac{126}{450}, \frac{75}{90}, \frac{17}{7}, \frac{1}{3}$

Sont-ils des décimaux ?

Solution : $\frac{54}{40} = 1.35 \in D$; $\frac{126}{450} = 0.28 \in D$;

$\frac{75}{90} = \frac{5}{6} = 0.8333333333.. \notin D$

$\frac{17}{7} = 0.428571429.. \notin D$

$\frac{1}{3} = 0.333333.....$ est rationnel mais $\frac{1}{3} \notin D$

Remarque : un rationnel non décimal a une écriture décimale périodique infinie :

2.4285714285714285714285714285714... ;

428571 se répète

Un irrationnel a une écriture décimale non périodique infinie :

Exemple : 1.4142135623730950488016887242097 ...

Exercice2 : compléter par : \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$

$6 \dots \mathbb{Z}$; $\frac{2}{3} \dots \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \dots \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \dots \mathbb{R}$; $\mathbb{Q} \dots \mathbb{R}$; $\mathbb{N} \dots \mathbb{Q}$;

$-\frac{2}{3} \dots \mathbb{R}^+$; $\frac{2}{3} \dots \mathbb{N}$; $\frac{6}{2} \dots \mathbb{N}$; $\frac{\sqrt{100}}{5} \dots \mathbb{N}$; $\mathbb{Q} \dots \mathbb{Z}$; $\mathbb{Z} \dots \mathbb{Q}$;

$\pi \dots \mathbb{Z}$; $0 \dots \mathbb{Q}^*$; $-\frac{7}{3} \dots \mathbb{Q}^{**}$; $\sqrt{16} \dots \mathbb{N}$; $0 \dots \mathbb{R}^*$;

$\{1;3;-8\} \dots \mathbb{N}$; $\mathbb{R}^+ \dots \mathbb{R}$; $\frac{1}{2} \dots D$; $\frac{1}{3} \dots D$

Solution : $6 \in \mathbb{Z}$; $\frac{2}{3} \in \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$; $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$; $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$;

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$; $-\frac{2}{3} \notin \mathbb{R}^+$; $\frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$; $\frac{6}{2} \in \mathbb{N}$; $\frac{\sqrt{100}}{5} \in \mathbb{N}$; $\mathbb{Q} \not\subset \mathbb{Z}$

; $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$; $\pi \notin \mathbb{Z}$; $0 \notin \mathbb{Q}^*$; $-\frac{7}{3} \notin \mathbb{Q}^{**}$; $\sqrt{16} \in \mathbb{N}$;

$0 \notin \mathbb{R}^*$; $\{1;3;-8\} \not\subset \mathbb{N}$; $\mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}$; $\frac{1}{2} \in D$; $\frac{1}{3} \notin D$

Exercice3 : calculer et simplifier : $A = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{7}{6}$

$B = \frac{-2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4} - 2$; $C = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right)^2$; $D = \frac{5 + \frac{1}{3}}{2 - \frac{3}{2}}$

$E = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5} + 1 - \frac{1}{2}\right)$; $F = \frac{7-4}{12-21\pi}$

$G = [(a-c)-(a-b)] - [(c-a)+(b-c)]$

Solution : $A = \frac{3}{4} + \frac{5}{3} - \frac{7}{6} = \frac{9}{12} + \frac{20}{12} - \frac{14}{12} = \frac{9+20-14}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$

$B = \frac{-2}{3} + \frac{7}{6} - \frac{1}{4} - 2 = \frac{-8}{12} + \frac{14}{12} - \frac{3}{12} - \frac{24}{12} = \frac{-8+14-3-24}{12} = \frac{-21}{12} = -\frac{7}{4}$

$C = \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{4-15}{6}\right)^2 = \left(\frac{-11}{6}\right)^2 = \frac{(-11)^2}{6^2} = \frac{121}{36}$

$D = \frac{5 + \frac{1}{3}}{2 - \frac{3}{2}} = \frac{\frac{16}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{32}{3}$

$E = \left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{5} + 1 - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3-1}{3}\right)\left(\frac{4}{10} + \frac{10}{10} - \frac{5}{10}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{4+10-5}{10}\right) = \frac{2}{3}\left(\frac{9}{10}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{3 \times 3}{5 \times 2} = \frac{3}{5}$

$F = \frac{7-\frac{4}{\pi}}{12-21\pi} = \frac{\frac{7\pi-4}{\pi}}{12-21\pi} = \frac{7\pi-4}{\pi} \times \frac{1}{12-21\pi} = \frac{7\pi-4}{\pi} \times \frac{1}{12-21\pi}$

$F = \frac{7\pi-4}{\pi} \times \frac{1}{-3(7\pi-4)} = -\frac{1}{3\pi}$

$G = [(a-c)-(a-b)] - [(c-a)+(b-c)] = (a-c-a+b) - (c-a+b-c)$

$G = a-c-a+b-c+a-b+c = a-c$

Exercice4 : calculer et simplifier :

$A = \sqrt{\frac{9}{2}}$; $B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}$; $C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180}$

$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5})$; $E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$

Solution : $A = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$B = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}} = \sqrt{\frac{28}{14}} = \sqrt{2}$

$C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - 2\sqrt{80} - \sqrt{180} = 3\sqrt{4 \times 5} + 4\sqrt{9 \times 5} - 2\sqrt{16 \times 5} - \sqrt{36 \times 5}$

$C = 3 \times 2\sqrt{5} + 4 \times 3\sqrt{5} - 2 \times 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 12\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = (6+12-8-6)\sqrt{5}$

$C = 4\sqrt{5}$

$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{5}) = ((\sqrt{3} + \sqrt{2}) - \sqrt{5})((\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \sqrt{5})$

$D = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 5 = 3 + 2\sqrt{3 \times 2} + 2 - 5$

$D = 2\sqrt{6}$

$E = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5}) - (\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})}{(\sqrt{3} + \sqrt{5})(\sqrt{3} - \sqrt{5})}$

$$E = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 - ((\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2)}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$E = \frac{3 + 2\sqrt{15} + 5 - (3 - 2\sqrt{15} + 5)}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{3 + 2\sqrt{15} + 5 - 3 + 2\sqrt{15} - 5}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} = \frac{4\sqrt{15}}{-2} = -2\sqrt{15}$$

Exercice 5: soit $E = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}}$

Montrer que : E est nombre entier relatif

Solution :

$$E = \frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2} - \sqrt{7}} + \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{7}} = \frac{(5\sqrt{7})(\sqrt{2} + \sqrt{7}) + (-5\sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{7})}{(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{2} - \sqrt{7})}$$

$$E = \frac{5\sqrt{7}\sqrt{2} + 5\sqrt{7}\sqrt{7} + 5\sqrt{2}\sqrt{2} - 5\sqrt{2}\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{35 + 10}{(\sqrt{2})^2 - (\sqrt{7})^2} = \frac{45}{-5} = -9 \in \mathbb{Z}$$

Exercice 6 : calculer et simplifier

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

Solution : $A = \sqrt{(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}})(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}})} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2}$

$$A = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2 + \sqrt{2}})^2} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \sqrt{4 - (2 + \sqrt{2})} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2}$$

$$A = \sqrt{2 - \sqrt{2}} \times \sqrt{2 + \sqrt{2}} \times \sqrt{2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$$

Exercice 7: Rendre le dénominateur rationnel du quotient

suivant: $A = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$

Solution : $A = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{2} + 1}{1} = \sqrt{2} + 1$

Exercice 8: simplifier et écrire sous forme d'une puissance

$$A = 2^3 \times (2^2)^4 \times (2^{-5})^3 \quad B = (-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (-3)^{-10}$$

$$C = \frac{3^{-5} \times 4^{-2}}{12^3} \times \frac{9}{2^2} \quad D = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}}$$

$$E = \frac{10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^3 \times 10^5}$$

Solution :

$$A = 2^3 \times (2^2)^4 \times (2^{-5})^3 = 2^3 \times 2^{2 \times 4} \times 2^{-5 \times 3} = 2^{3+8-15} = 2^{-4}$$

$$A = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$B = (-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (-3)^{-10} = -(-3)^1 \times (-3)^5 \times (3)^2 \times (3)^{-10}$$

$$B = 3^1 \times 3^5 \times 3^2 \times 3^{-10} = 3^{1+5+2-10} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$C = \frac{3^{-5} \times 4^{-2}}{12^3} \times \frac{9}{2^2} = \frac{3^{-5} \times (2^2)^{-2}}{(3 \times 2^2)^3} \times \frac{3^2}{2^2} = \frac{3^{-5} \times (2)^{-4} \times 3^2}{(3)^3 \times 2^6 \times 2^2}$$

$$C = \frac{3^{-5} \times (2)^{-4} \times 3^2}{(3)^3 \times 2^6 \times 2^2} = 3^{-5} \times 2^{-4} \times 3^2 \times (3)^{-3} \times 2^{-6} \times 2^{-2} = 3^{-5-3+2} \times 2^{-4-6-2}$$

$$C = 3^{-6} \times 2^{-12}$$

$$D = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}} = \frac{-2^3 \times 4^{2 \times (-1)} \times 2^3}{1024 \times (-2^3)^{-4}} = \frac{-2^3 \times (2^2)^{-2} \times 2^3}{2^{10} \times (-2^3)^{-4}}$$

$$D = -2^3 \times (2^2)^{-2} \times 2^3 \times 2^{-10} \times (-2)^{3 \times 4} = -2^{3-4+3-10+12} = -2^4 = -16$$

$$E = \frac{10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4}}{10^{-2} \times 10^3 \times 10^5} = 10^{-8} \times 10^9 \times 10^7 \times 10^{-4} \times 10^2 \times 10^{-3} \times 10^{-5}$$

$$E = 10^{-8+9+7-4+2-3-5} = 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0.01$$

Exercice 9: Ecrire en notation scientifique les nombres

suivants : $B = 35 \times 10^6 + 3 \times 10^6 + 2,9 \times 10^6$

$$C = -0,8 \times 10^7 + 0,05 \times 10^7 - 2,32 \times 10^7$$

Exercice 10 : Ecrire en notation scientifique le nombre

$$A = 9 \times 10^{-3} + 0,4 \times 10^{-2} - 9 \times 10^{-4}$$

en mettant d'abord 10^{-4} en facteur et sans utiliser de calculatrice.

Exercice 11: $x \in \mathbb{R}$ développer et calculer et simplifier

$$A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 \quad \text{et} \quad B = [(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^2$$

$$C = (\sqrt{2} + 1)^3 \quad D = (3x - 2)^3 \quad E = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$F = (200520052006)^2 - (200520052005 \times 200520052007)$$

(Lorsque la calculatrice tombe en panne ou ne peut pas calculer)

Solution :

$$A = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - ((\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2)$$

$$A = 5 + 2\sqrt{10} + 2 - (5 - 2\sqrt{10} + 2) = 5 + 2\sqrt{10} + 2 - 5 + 2\sqrt{10} - 2 = 4\sqrt{10}$$

$$B = [(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})]^2 = ((\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2)^2 = (2 - 3)^2 = (-1)^2 = 1$$

$$C = (\sqrt{2} + 1)^3 = (\sqrt{2})^3 + 3(\sqrt{2})^2 \times 1 + 3\sqrt{2}(1)^2 + (1)^3 = 2\sqrt{2} + 3 \times 2 + 3\sqrt{2} + 1$$

$$C = 5\sqrt{2} + 7$$

$$D = (3x - 2)^3 = (3x)^3 - 3(3x)^2 \times 2 + 3 \times 3x \times (2)^2 - (2)^3$$

$$D = 27x^3 - 54x^2 + 36x - 8$$

$$E = (x + 2)(x^2 - 2x + 4) = (x + 2)(x^2 - 2 \times x + 2^2) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

$$F = (200520052006)^2 - (200520052005 \times 200520052007)$$

On remarque que les nombres : 200520052006 et 200520052005

Et 200520052007 diffèrent par leurs chiffres des unités

Pour simplifier on pose : $x = 200520052006$

Donc : $200520052005 = x - 1$ et $200520052007 = x + 1$

Donc : $F = x^2 - (x - 1)(x + 1)$

$$= x^2 - (x^2 - 1) = x^2 - x^2 + 1 = 1 \quad \text{Donc : } F = 1$$

Exercice 12: Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$

1) $49x^2 - 81$ 2) $16x^2 - 8x + 1$ 3) $x^3 - 8$

4) $C = (a + 1)(2a - 3) + 6(a + 1)$ $D = 27x^3 + 1$

Solution : 1) On regarde l'expression, pour choisir l'identité remarquable à appliquer.

L'expression semble être de la forme : $a^2 - b^2$.

$$49x^2 - 81 = (7x)^2 - 9^2 = (7x - 9)(7x + 9)$$

il s'agit

d'un produit. L'expression est factorisée.

2) $16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 8x + 1^2 = (4x)^2 + 2 \times (4x) \times 1 + 1 = (4x + 1)^2$

3) $x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 2^2) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

4) $(a + 1)$ est le facteur commun.

$$C = (a + 1)(2a - 3 + 6) \quad \text{Donc } C = (a + 1)(2a + 3)$$

$$5) D = 27x^3 + 1 \quad \rightarrow \text{Il n'y a pas de facteur commun.}$$

\rightarrow L'expression semble être de la forme $a^3 + b^3$.

$$D = 27x^3 + 1 = (3x)^3 + 1^3 = (3x+1)((3x)^2 - 1(3x) + 1^2)$$

$$= (3x+1)(9x^2 - 3x + 1)$$

Donc : **Méthodes** : Pour factoriser une expression, on doit :

- identifier une identité remarquable ou

- identifier un facteur commun

Attention : on ne peut pas toujours factoriser une expression

exemple : $16x^2 + 8x + 3 = (4x+1)^2 + 2$; cette expression ne peut pas être factorisée sous la forme d'un produit de deux facteurs de degré 1

Exercice13: $x \in \mathbb{R}$ développer et calculer et simplifier

$$A = (3 + \sqrt{11})^2 - (3 - \sqrt{11})^2 \quad B = (4\sqrt{3} - 7)^{2015} \times (4\sqrt{3} + 7)^{2015}$$

$$C = (\sqrt{75} - \sqrt{98}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2}) \quad D = (5x + 2)^3$$

$$E = (\sqrt{3} - 1)^3 \quad F = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9)$$

$$G = (2015200052004)^2 - (2015200052002 \times 2015200052006)$$

Solution :

$$A = (\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{11})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{11} + (\sqrt{11})^2 - ((\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3}\sqrt{11} + (\sqrt{11})^2)$$

$$A = 3 + 2\sqrt{33} + 11 - (3 - 2\sqrt{33} + 11) = 3 + 2\sqrt{33} + 11 - 3 + 2\sqrt{33} - 11 = 4\sqrt{33}$$

$$B = ((4\sqrt{3} - 7)(4\sqrt{3} + 7))^{2015} = ((4\sqrt{3})^2 - (7)^2)^{2015} = (48 - 49)^{2015} = (-1)^{2015} = -1$$

$$C = (\sqrt{75} - \sqrt{98}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2}) = (\sqrt{25 \times 3} - \sqrt{49 \times 2}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})$$

$$C = (5\sqrt{3} - 7\sqrt{2}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2}) = (5\sqrt{3})^2 - (7\sqrt{2})^2 = 75 - 98 = 75 - 98 = -23$$

$$D = (5x + 2)^3 = (5x)^3 + 3(5x)^2 \times 2 + 3 \times 5x \times (2)^2 + (2)^3$$

$$D = 125x^3 + 150x^2 + 60x + 8$$

$$E = (\sqrt{3} - 1)^3 = (\sqrt{3})^3 - 3(\sqrt{3})^2 \times 1 + 3 \times \sqrt{3} \times (1)^2 - (1)^3$$

$$E = 3\sqrt{3} - 9 + 3\sqrt{3} - 1 = 6\sqrt{3} - 10$$

$$F = (2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) = (2x - 3)((2x)^2 + 2x \times 3 + 3^2) = (2x)^3 - 3^3 = 8x^3 - 27$$

$$G = (2015200052004)^2 - (2015200052002 \times 2015200052006)$$

On remarque que les nombres : 201520052002 et 201520052004

Et 201520052006 diffèrent par leurs chiffres des unités

Pour simplifier on pose : $x = 2015200052004$

Donc : $x + 2 = 2015200052006$ et $x - 2 = 2015200052002$

$$\text{Donc : } G = x^2 - (x - 2)(x + 2) = x^2 - (x^2 - 4)$$

$$G = x^2 - x^2 + 4 = 4$$

Exercice14 : Remplissez les blancs suivants :

$$10 - 4\sqrt{6} = (\dots - \dots)^2 \quad \text{et} \quad 4 + 2\sqrt{2} = (\dots + \dots)^2$$

Solution : 1)

$$4 + 2\sqrt{3} = 4 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 = 3 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1 = (\sqrt{3})^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + (1)^2$$

$$4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} + 1)^2$$

$$10 - 4\sqrt{6} = 10 - 2 \times 2 \times \sqrt{6} = (2)^2 + 2 \times \sqrt{6} \times 2 + (\sqrt{6})^2$$

$$10 - 4\sqrt{6} = (2 - \sqrt{6})^2$$

Exercice15: $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}^*$ et $a \geq b$

$$\text{Montrer que : } \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{a - b} + \sqrt{a + b})$$

Solution : pour montrer que deux nombres positifs sont égaux on pourra montrer que leurs carrés sont égaux

$$\left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} \right)^2 = a + \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{a - b} + \sqrt{a + b}) \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \times (\sqrt{a - b} + \sqrt{a + b})^2$$

$$= \frac{2}{4} \times (\sqrt{a - b} + \sqrt{a + b})^2 = \frac{1}{2} \times ((\sqrt{a - b})^2 + 2\sqrt{a - b}\sqrt{a + b} + (\sqrt{a + b})^2)$$

$$= \frac{2}{4} \times (\sqrt{a - b} + \sqrt{a + b})^2 = \frac{1}{2} \times (a - b + 2\sqrt{(a - b)(a + b)} + a + b)$$

$$= \frac{1}{2} \times (2a + 2\sqrt{(a - b)(a + b)}) = a + \sqrt{(a - b)(a + b)} = a + \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\text{Donc on a : } \left(\sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{a - b} + \sqrt{a + b}) \right)^2$$

$$\text{Donc : } \sqrt{a + \sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\sqrt{a - b} + \sqrt{a + b})$$

Exercice16: Factoriser les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$

$$A = 16x^2 - 8x + 1 ; B = 16 - 25x^2 ; C = 1 - (1 - 3x)^2$$

$$D = (2x - 1)^3 - 8 ; E = 27 + x^3 ; F = x^{12} - 2x^6 + 1$$

$$H = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x + 1) \quad \text{et} \quad G = x^5 + x^3 - x^2 - 1$$

$$\text{Solution : } A = 16x^2 - 8x + 1 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 1 + 1^2 = (4x - 1)^2$$

$$B = 16 - 25x^2 = (4)^2 - (5x)^2 = (4 - 5x)(4 + 5x)$$

$$C = 1 - (1 - 3x)^2 = 1^2 - (1 - 3x)^2 = (1 - (1 - 3x))(1 + (1 - 3x))$$

$$C = (1 - 1 + 3x)(1 + 1 - 3x) = 3x(2 - 3x)$$

$$D = (2x - 1)^3 - 8 = (2x - 1)^3 - 2^3 =$$

$$\text{On a : } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{donc : } D = ((2x - 1) - 2)((2x - 1)^2 + (2x - 1) \times 2 + 2^2)$$

$$D = (2x - 3)((2x)^2 - 4x + 1 + 4x - 2 + 4) = (2x - 3)(4x^2 + 3)$$

$$E = 27 + x^3 = 3^3 + x^3 = (3 + x)(3^2 - 3x + x^2)$$

$$\text{On a : } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$E = (3 + x)(9 - 3x + x^2)$$

$$F = (x^6)^2 - 2x^6 + 1 = (x^6)^2 - 2x^6 \times 1 + 1^2 = (x^6 - 1)^2$$

$$G = x^5 + x^3 - x^2 - 1 = x^3(x^2 + 1) - (x^2 + 1) = (x^3 - 1)(x^2 + 1)$$

$$H = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x + 1) = x^3 + 1^3 + 2(x^2 - 1^2) - (x + 1)$$

$$H = (x + 1)(x^2 - x + 1^2) + 2(x + 1)(x - 1) - (x + 1)$$

$$H = (x + 1)(x^2 - x + 1 + 2(x - 1) - 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1 + 2x - 2 - 1)$$

$$H = (x + 1)(x^2 + x - 2)$$



Factoriser c'est écrire sous la forme d'un **produit**

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

