

# Les polynômes du second degré – Exercices - Devoirs

## Exercice 1 corrigé disponible

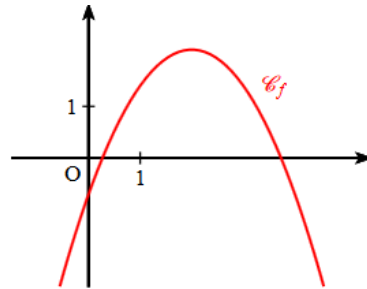
Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique.

- |                   |                    |                      |
|-------------------|--------------------|----------------------|
| 1) $x^2 + 6x - 8$ | 3) $2x^2 + 6x + 4$ | 5) $3x^2 + 12x + 12$ |
| 2) $x^2 - 5x + 3$ | 4) $-x^2 + x + 3$  | 6) $-x^2 + 7x - 10$  |

## Exercice 2 corrigé disponible

On considère un trinôme du second degré  $P$  défini sur  $\mathbb{R}$  par :  $P(x) = ax^2 + bx + c$ .

La représentation graphique de  $P$  est donnée ci-contre. En utilisant celle-ci, choisir pour chacune des questions suivantes la seule réponse exacte. On se justifiera.



- 1) Le coefficient  $a$  est :
 

a) strictement positif	b) strictement négatif	c) on ne peut pas savoir
------------------------	------------------------	--------------------------
- 2) Le coefficient  $b$  est :
 

a) strictement positif	b) strictement négatif	c) on ne peut pas savoir
------------------------	------------------------	--------------------------
- 3) Le coefficient  $c$  est :
 

a) strictement positif	b) strictement négatif	c) on ne peut pas savoir
------------------------	------------------------	--------------------------
- 4) Le discriminant  $\Delta$  est :
 

a) strictement positif	b) strictement négatif	c) on ne peut pas savoir
------------------------	------------------------	--------------------------
- 5) La somme des coefficients  $a + b + c$  est :
 

a) strictement positif	b) strictement négatif	c) on ne peut pas savoir
------------------------	------------------------	--------------------------

## Exercice 3 corrigé disponible

Trouver une racine évidente dans les équations suivantes et en déduire l'autre solution sans calculer le discriminant.

- |                              |                                |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1) $x^2 - 7x + 6 = 0$        | 5) $x^2 + x - 6 = 0$           |
| 2) $-3x^2 + 2x + 5 = 0$      | 6) $x^2 + 5x + 4 = 0$          |
| 3) $x^2 + 3x - 10 = 0$       | 7) $2x^2 + x\sqrt{5} - 15 = 0$ |
| 4) $x^2 - x\sqrt{2} - 4 = 0$ | 8) $x^2 - 8x + 15 = 0$         |

## Exercice 4 corrigé disponible

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes à l'aide du discriminant  $\Delta$  :

- |                        |                                |
|------------------------|--------------------------------|
| 1) $x^2 - x - 6 = 0$   | 6) $1 - t - 2t^2 = 0$          |
| 2) $x^2 + 2x - 3 = 0$  | 7) $x^2 + x - 1 = 0$           |
| 3) $x^2 - x + 2 = 0$   | 8) $2x^2 + 12x + 18 = 0$       |
| 4) $-x^2 + 2x - 1 = 0$ | 9) $-3x^2 + 7x + 1 = 0$        |
| 5) $y^2 + 5y - 6 = 0$  | 10) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$ |

## Exercice 5 corrigé disponible

- 1) Vérifier que  $-1$  est solution de l'équation :  $x^2 + 3x + 2 = 0$
- 2) Quelle est la somme et le produit des racines ?
- 3) En déduire l'autre solution.

## Exercice 6 corrigé disponible

- 1) Vérifier que  $2$  est solution de l'équation :  $x^2 - 5x + 6 = 0$
- 2) Quelle est la somme et le produit des racines ?
- 3) En déduire l'autre solution.

**Exercice 7 corrigé disponible**

Résoudre les inéquations suivantes :

- |                          |                              |
|--------------------------|------------------------------|
| 1) $x^2 - 3x + 2 > 0$    | 7) $x(x - 2) < 0$            |
| 2) $x^2 + 4 \geq 0$      | 8) $x^2 + 7x + 12 \geq 0$    |
| 3) $m^2 + m - 20 \leq 0$ | 9) $-2x^2 - x + 4 > 0$       |
| 4) $x^2 - x + 1 < 0$     | 10) $2x^2 - 24x + 72 \leq 0$ |
| 5) $3x^2 + 18x + 27 > 0$ | 11) $x^2 + 4x - 12 < 0$      |
| 6) $-x^2 - 9 \geq 0$     | 12) $x^2 - 5x + 7 > 0$       |

**Exercice 8 corrigé disponible**

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = x^3 + 5x^2 - 12x + 6$$

- Déterminer une racine évidente pour  $g(x)=0$
- Factoriser  $g(x)$
- Résoudre  $g(x)=0$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 9 corrigé disponible**

Résoudre les équations bicarrées suivantes en posant  $u = x^2$  :

$$x^4 - 12x^2 + 27 = 0 \quad ; \quad x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

**Exercice 10 corrigé disponible**

- Résoudre l'équation  $2x^2 + 5x + 2 = 0$ .
- En utilisant un changement d'inconnue, en déduire les solutions de l'équation

$$\frac{2}{(x-1)^2} + \frac{5}{x-1} + 2 = 0$$

- Par une méthode analogue, résoudre l'équation  $x + 5\sqrt{x} - 3 = 0$ .

**Exercice 11 corrigé disponible**

On considère le trinôme suivant :  $(m+3)x^2 + 2(3m+1)x + (m+3)$ .

Pour quelles valeurs de  $m$  ce trinôme a-t-il une racine double ? Calculer alors cette racine.

**Exercice 12 corrigé disponible**

On considère l'équation  $2x^2 - (m+2)x + m - 2 = 0$ .

- Calculer  $m$  pour que l'une des solutions soit égale à 3.
- En déduire l'autre solution de l'équation.

**Exercice 13 corrigé disponible**

Les 3 questions sont indépendantes.

1. Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4x^2 - 8x - 5$

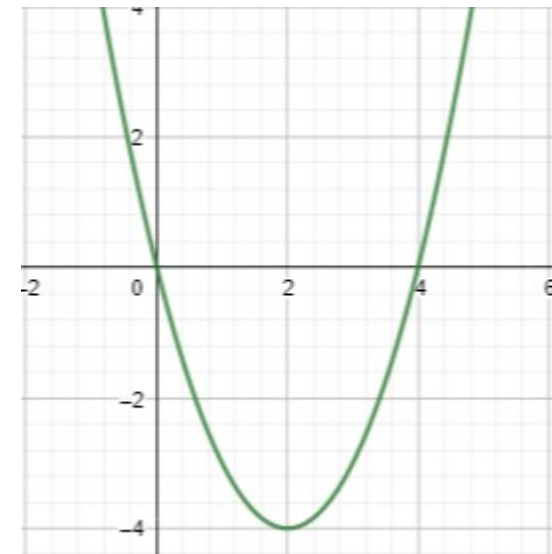
Déterminer la forme canonique, la forme factorisée de  $f$ .

En déduire les solutions de l'équation  $f(x) = 0$

2. Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -3x^2 - 18x - 20$

Déterminer la forme canonique et dresser son tableau de variation.

3. Soit la fonction  $h$  définie sur  $\mathbb{R}$  ; dont la représentation graphique est donnée ci-dessous ; déterminer une expression de  $h$ .

**Exercice 14 corrigé disponible**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$

$$1) x - 5\sqrt{x} - 14 = 0 \quad 2) \sqrt{x+5} = 1 - x \quad 3) \sqrt{x^2 - x - 6} = \sqrt{x-1}$$

**Exercice 15 corrigé disponible**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 4x^3 + 9x^2 - 16x - 36$

1. Montrer que  $-2$  est racine de  $f$  ; en déduire la factorisation de  $f(x)$ .
2. Résoudre l'équation  $f(x) = 0$ .
3. Résoudre l'inéquation  $f(x) \geq 0$ .

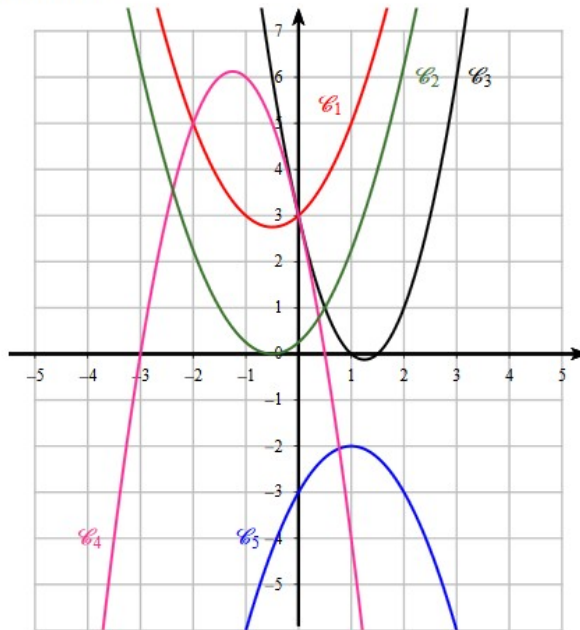
**Exercice 16 corrigé disponible**

La somme du carré d'un nombre et du carré de son inverse est égale à  $\frac{97}{36}$ .  
 Quel(s) est(sont) ce(s) nombre(s) ?

**Exercice 17 corrigé disponible**

Sur le graphique ci-dessous, on donne 5 paraboles. Attribuer à chacune de ces courbes la fonction qui lui est associée. On se justifiera.

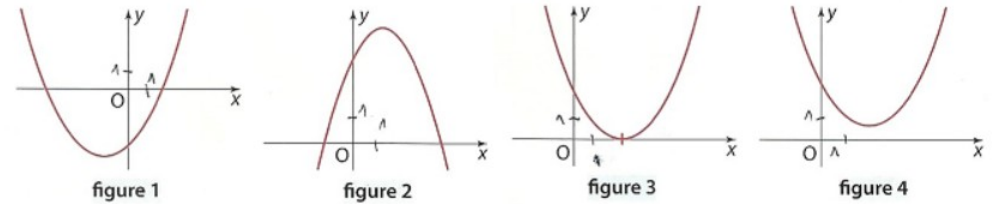
- a)  $f_1(x) = -x^2 + 2x - 3$
- b)  $f_2(x) = x^2 + x + 3$
- c)  $f_3(x) = 2x^2 - 5x + 3$
- d)  $f_4(x) = -2x^2 - 5x + 3$
- e)  $f_5(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$



**Exercice 18 corrigé disponible**

Voici quelques paraboles représentant des fonctions trinômes définies sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

Dans chacune des figures suivantes, indiquer, sans aucune justification, le signe des réels  $a$  et  $\Delta$ .



Déterminer, pour la courbe de la figure 1, le signe du réel  $c$ . Indication : quelle est l'image de 0 par  $f$  ?

**Exercice 19 corrigé disponible**

$x$  et  $a$  ( $a \neq 0$ ) sont deux réels et  $n$  ( $n \neq 0$ ) est un entier naturel.

- 1) a) Démontrer que :  $x^n - 1 = (x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \dots + x^2 + x + 1)$   
 b) Écrire cette expression avec le symbole de sommation :  $\Sigma$
- 2) En posant  $u = \frac{x}{a}$ , vérifier que  $x^n - a^n = a^n(u^n - 1)$
- 3) a) En déduire que :  $x^n - a^n = (x - a)(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots + a^{n-2}x + a^{n-1})$   
 b) Écrire cette expression avec le symbole de sommation :  $\Sigma$

**Exercice 20 corrigé disponible**

Résoudre les inéquations suivantes

- 1)  $\frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 + x - 2} > 0$
- 2)  $(2x - 1)^2 > (x + 1)^2$
- 3)  $(x + 3)(x - 1) < 2x + 6$
- 4)  $\frac{x + 3}{1 - x} \geq -5x + 3$

**Exercice 21** corrigé disponible

Dans chacun des cas suivants. déterminer un trinôme P du second degré tel que :

a ) P admet pour racines les nombres 4 et 7.

b ) P admet une racine double égale à -5.

c ) P admet pour racines les nombres -9 et 8 et admet un maximum sur  $\mathbb{R}$  .

d ) P n'admet aucune racine et admet un maximum sur  $\mathbb{R}$  .

e ) La courbe représentative de P admet la droite d'équation  $x = -5$  comme axe de symétrie et P admet un minimum sur  $\mathbb{R}$  .

**Exercice 22** corrigé disponible

Déterminer le tableau de variation des fonctions suivantes :

$$1) f(x) = 2(x - 4)^2 + 3 \quad 2) f(x) = -3(x + 1)^2 - 5 \quad 3) f(x) = x(x - 8)$$

**Exercice 23** corrigé disponible

*Dites si les propositions suivantes sont vraies ou fausses. On justifiera chaque réponse. Une réponse sans justification ne rapportera aucun point.*

$$1) \text{ Si } \frac{5(x+2)}{x-1} > 0 \text{ alors } (x+2)(x-1) > 0$$

$$2) \text{ Si } x^2 < 16 \text{ alors } x \in ]-\infty ; 4[$$

**Exercice 24** corrigé disponible

Soit x un nombre réel.

1. L'affirmation « Si  $x^2 \geq 9$  alors  $x \geq 3$  » est-elle vraie ?

2. Écrire une proposition équivalente à :  $x^2 \geq 9$  .

**Exercice 25** corrigé disponible

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(x-3)^2 = 25$ .

2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(1-2x)^2 \geq 9$ .

**Exercice 26** corrigé disponible

Résoudre les inéquations suivantes

$$1) -3x^2 + 5x - 8 \leq 0$$

$$2) 2x^2 - 7x + 5 < 0$$

$$3) \frac{2x+1}{x+2} \leq 3x$$