

RACINES CARRÉES - EXERCICES

Définition

1 Un peu de vocabulaire

Dis si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.

- a. 49 est le carré de 7.
- b. 8 a pour carré 64.
- c. -9 a pour carré -81 .
- d. 144 est le carré de -12 .
- e. $(-3)^2$ est le carré de 3.

2 Nombre ayant pour carré

Écris chaque nombre sous la forme du carré d'un nombre positif.

- a. 16
- b. 25
- c. 0
- d. 0,36
- e. 1
- f. 0,04

3 Recopie et complète les phrases suivantes.

- a. $4 = \dots^2$, ... est positif donc $\sqrt{4} = \dots$
- b. $\dots = 6^2$, ... est positif donc $\sqrt{\dots} = 6$.
- c. $0,01 = \dots^2$, ... est positif donc $\sqrt{0,01} = \dots$
- d. $\dots = 0,5^2$, ... est positif donc $\sqrt{\dots} = 0,5$.
- e. $121 = \dots^2$, ... est positif donc $\sqrt{121} = \dots$

4 Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ?

- a. 100
- b. 9
- c. -36
- d. $(-8)^2$
- e. 169
- f. -1
- g. -52
- h. π

5 Peux-tu déterminer la racine carrée des nombres suivants ? Justifie ta réponse.

- a. $(\sqrt{8})^2$
- b. $\sqrt{5}$
- c. $\frac{-5}{-7}$
- d. $-2 \times (-5)^2$
- e. $\pi - 4$
- f. 5×10^{-2}
- g. $4 - \pi$

6 Sans utiliser de calculatrice, donne la valeur des nombres suivants.

- a. $(\sqrt{25})^2$
- b. $\sqrt{3^2}$
- c. $(-\sqrt{16})^2$
- d. $(\sqrt{0,14})^2$
- e. $\sqrt{(-7)^2}$
- f. $\sqrt{0,4^2}$

7 Sans utiliser de calculatrice, donne la racine carrée des nombres suivants.

- a. 81
- b. 225
- c. 0
- d. $\sqrt{81}$
- e. 0,49
- f. 121
- g. $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$
- h. $(-4)^2$

8 Sans utiliser de calculatrice, recopie et complète le tableau ci-dessous ($a \geq 0$).

a	a^2	$2a$	$\frac{a}{2}$	\sqrt{a}
9				
	16			
		2		
			1	
				6

9 On considère les trois séries de nombres suivantes.

S_1 : 16 ; 4 ; 8 ; 32 ; 256.

S_2 : 12,5 ; 625 ; 50 ; 5 ; 25.

S_3 : 72 ; 288 ; 20 736 ; 12 ; 144.

a. Dans un tableau similaire à celui de l'exercice précédent, place les trois séries de nombres dans les bonnes cases.

b. Trouve une quatrième série S_4 où le nombre 7 sera à placer dans une des colonnes.

10 En utilisant la calculatrice, donne la valeur arrondie au centième des nombres suivants.

- a. $\sqrt{13}$
- b. $\sqrt{86}$
- c. $\sqrt{0,288}$
- d. $\sqrt{4 + \frac{2}{3}}$
- e. $5\sqrt{12}$
- f. $\sqrt{5} + 2$
- g. $-\sqrt{7}$
- h. $\frac{3 - \sqrt{7}}{3\sqrt{15} + 1}$

RACINES CARRÉES - EXERCICES

Simplification de racines

11 Écris sous la forme \sqrt{a} (a est un entier positif).

a. $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$ b. $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$ c. $2\sqrt{3}$ d. $3\sqrt{2}$

12 Des carrés

a. Écris sous la forme \sqrt{a} (a est un entier positif).

A = $\sqrt{8} \times \sqrt{5}$ B = $3\sqrt{11}$

b. Sans effectuer de calcul, donne les valeurs exactes de A^2 et de B^2 .

13 Donne la valeur exacte des expressions.

a. $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ d. $\sqrt{4,5} \times \sqrt{2}$
 b. $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$ e. $\frac{\sqrt{56}}{\sqrt{14}}$
 c. $(2\sqrt{3})^2$ f. $\frac{\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}$

14 Écris sans radical les expressions.

a. $\sqrt{\frac{4}{9}}$ c. $\sqrt{\frac{49}{25}}$
 b. $\sqrt{\frac{1}{16}}$ d. $\frac{2}{7}\sqrt{\frac{49}{64}}$

15 En décomposant

a. Recopie et complète les égalités suivantes afin d'obtenir un produit de deux entiers positifs dont le premier est un carré parfait.

• $32 = \dots \times 2$ • $500 = \dots \times 5$
 • $75 = \dots \times \dots$ • $80 = \dots \times \dots$

b. Écris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers positifs, b étant le plus petit possible.

• $\sqrt{32}$ • $\sqrt{500}$
 • $\sqrt{75}$ • $\sqrt{80}$

16 Écris sous la forme $a\sqrt{3}$, où a est un entier.

a. $\sqrt{5} \times \sqrt{15}$ b. $\sqrt{7} \times \sqrt{21}$

17 Écris les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs et b est le plus petit possible.

a. $\sqrt{45}$ d. $5\sqrt{18}$
 b. $\sqrt{162}$ e. $-4\sqrt{32}$
 c. $-\sqrt{48}$ f. $2 \times \sqrt{700} \times 8$

18 Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

a. $\sqrt{2} \times \sqrt{6}$ c. $\sqrt{7} \times 3\sqrt{14}$
 b. $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$ d. $7\sqrt{2} \times 5\sqrt{70}$

19 Sans utiliser de calculatrice, transforme les expressions suivantes de façon à obtenir une fraction irréductible.

a. $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{75}}$ b. $\frac{8\sqrt{5}}{3\sqrt{20}}$ c. $\sqrt{\frac{28}{42}} \times \sqrt{\frac{30}{45}}$

20 Somme et différence de racines carrées

a. On considère la somme $A = \sqrt{36} + \sqrt{64}$.
Calcule A.

b. On considère l'expression $B = \sqrt{100}$.
Calcule B.

c. Que peux-tu en conclure ? Justifie ta réponse.

d. Trouve un exemple similaire pour la différence de deux racines carrées.

e. Que peux-tu déduire des deux exemples précédents ?

21 Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{2}$ ou $a\sqrt{3}$, où a est un entier relatif.

A = $4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$	D = $3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2}$
B = $7\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$	E = $4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$
C = $\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 15\sqrt{3}$	F = $5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

22 En deux temps

a. Écris $\sqrt{8}$, $\sqrt{18}$ et $\sqrt{50}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont entiers et b le plus petit possible.
Réduis l'expression $G = \sqrt{50} + \sqrt{18} - 2\sqrt{8}$.

b. En raisonnant de façon identique, réduis l'expression $H = \sqrt{12} - 7\sqrt{27} + \sqrt{3}$.

RACINES CARRÉES - EXERCICES

23 Écris les expressions suivantes sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs.

$$\begin{array}{l} A = \sqrt{8} + 7\sqrt{2} \\ B = \sqrt{5} - \sqrt{20} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} C = 2\sqrt{3} - \sqrt{75} \\ D = 4\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 3\sqrt{18} \end{array} \right.$$

24 Écris sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers relatifs, avec b le plus petit possible.

$$\begin{array}{l} A = \sqrt{50} + 4\sqrt{18} - 7\sqrt{8} \\ B = \sqrt{20} - 8\sqrt{45} + 2\sqrt{5} \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} C = \sqrt{12} + \sqrt{75} + 4\sqrt{300} \\ D = 5\sqrt{63} - \sqrt{28} + \sqrt{7} \end{array} \right.$$

25 Écris sous la forme $a + b\sqrt{c}$, où a , b et c sont des entiers relatifs avec c le plus petit possible.

$$\begin{array}{l} A = 7 - \sqrt{12} - 8 + 3\sqrt{27} \\ B = 3\sqrt{50} - \sqrt{49} + 2\sqrt{8} \\ C = 2\sqrt{18} + \sqrt{16} - 7\sqrt{81} \end{array}$$

26 *Extrait du Brevet*

a. Écrire sous la forme $a\sqrt{5}$ avec a entier.

$$A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45} \quad B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$$

b. En utilisant les résultats de la question a., démontrer que $A \times B$ et $\frac{A}{B}$ sont des nombres entiers.

27 Écris les quotients suivants avec un dénominateur entier.

$$\text{a. } \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \text{b. } \frac{7}{2\sqrt{5}} \quad \text{c. } \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad \text{d. } \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$$

28 Écris les quotients suivants sans radical au dénominateur.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{-1}{\sqrt{2}} & \text{c. } \frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{8}} \\ \text{b. } \frac{-4\sqrt{3}}{\sqrt{6}} & \text{d. } \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{6}}{\sqrt{2} \times \sqrt{3}} \end{array}$$

29 *Extrait du Brevet*

$$\text{Soit } D = \frac{5\sqrt{12}}{2\sqrt{3}}.$$

Montrer que D est un nombre entier.

Avec Pythagore

30 *Théorème de Pythagore*

Soit ABC un triangle rectangle en A.

- Calcule la valeur exacte de la longueur du côté [BC] sachant que AB = 5 cm et AC = 7 cm.
- Calcule la valeur exacte de la longueur du côté [AB] sachant que AC = 6 m et BC = 11 m.

31 *Théorème de Pythagore (bis)*

EDF est un triangle rectangle en F.

On donne ED = $5\sqrt{2}$ cm et DF = $3\sqrt{2}$ cm.

- Détermine la valeur exacte de EF.
Tu donneras le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier positif.
- Donne la valeur exacte du périmètre du triangle EDF puis l'arrondi au millimètre.

32 *Rectangle ou non rectangle ?*

Dans chaque cas, détermine si le triangle GHI est rectangle ou non. Justifie ta réponse.

- GH = 5 dm ; GI = 7 dm et HI = $\sqrt{74}$ dm.
- GH = $\sqrt{13}$ m ; HI = $\sqrt{12}$ m et GI = 6 m.

33 Soit un cercle (\mathcal{C}) de centre O et de rayon 4 cm. A est un point de (\mathcal{C}), B est le symétrique de A par rapport à O.

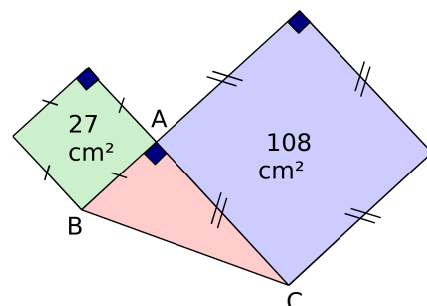
Soit M un point de (\mathcal{C}) tel que AM = 3 cm.

- Construis une figure en vraie grandeur.
- Calcule la valeur exacte de BM.

34 *Un petit calcul d'aire*

En utilisant les données de la figure, détermine l'aire du triangle ABC.

(Les proportions ne sont pas respectées.)



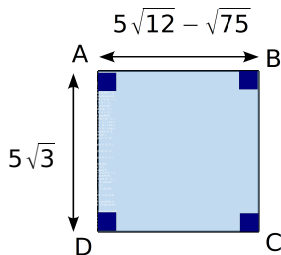
RACINES CARRÉES - EXERCICES

En lien avec la géométrie

35 Trace un carré ABCD de côté 1 cm.

- Calcule la valeur exacte de la longueur AC.
- Place le point E sur [AB] tel que $AE = 3 \times AB$. Construis ensuite le carré AEGH de telle sorte que D soit un point de [AH]. Calcule la valeur exacte de la longueur AG.
- Montre que AG est un multiple de AC.
- Place le point F sur [EG] de telle sorte que AEFD soit un rectangle. Calcule la longueur exacte de AF.
- Place sur [AG] le point P tel que $AP = AF$. La longueur de [AP] est-elle un multiple de celle de [AC] ?
- Prouve que $CG = \sqrt{8}$ cm.
- Compare $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ et $\sqrt{10}$. (Utilise l'un des symboles =, < ou >.)

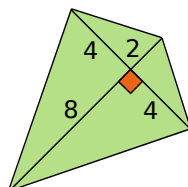
36 On considère la figure suivante. (L'unité est le centimètre.)



- Écris $5\sqrt{12} - \sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant le plus petit possible.
- Quelle est la nature exacte de ABCD ? Justifie ta réponse.
- Détermine le périmètre de ABCD sous la forme la plus simple possible. Tu donneras ensuite l'arrondi au millimètre.
- Détermine la valeur exacte de l'aire de ABCD.

37 Cerf-volant

Les mesures des diagonales de ce cerf-volant sont données en centimètres. Calcule la valeur exacte de son périmètre puis la valeur arrondie au millimètre.



38 L'unité choisie est le centimètre. On considère un rectangle ayant pour longueur $\sqrt{75}$ et pour largeur $\sqrt{48}$.

- Détermine le périmètre exact de ce rectangle. (Tu donneras la réponse sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers relatifs, b étant le plus petit possible.)
- Calcule l'aire exacte du rectangle. (Tu donneras la réponse sous la forme la plus simple possible.)

Équations du type $x^2 = a$

39 Un peu de vocabulaire

- Trouve deux nombres dont le carré est égal à 36.
- Trouve deux nombres a tels que $a^2 = 0,49$.
- Peux-tu trouver un nombre dont le carré est égal à -100 ? Justifie ta réponse.

40 On considère l'équation $x^2 = 4$.

- Transforme cette équation de telle sorte que le membre de droite soit égal à 0 puis factorise le membre de gauche.
- Résous l'équation ainsi obtenue.
- Quelle(s) est (sont) alors la (les) solution(s) de l'équation $x^2 = 4$?
- Procède de la même manière pour résoudre l'équation $x^2 = 14$.

41 Trouve la (les) solution(s) des équations suivantes, lorsque celle(s)-ci existe(nt).

- | | |
|--------------------------|----------------|
| a. $x^2 = 9$ | d. $x^2 = 0$ |
| b. $x^2 = 5$ | e. $x^2 = -16$ |
| c. $x^2 = \frac{25}{16}$ | f. $4x^2 = 49$ |

42 Résous les équations suivantes.

- | | |
|--------------------|---------------------------|
| a. $x^2 - 5 = 20$ | c. $7x^2 - 3 = 6x^2 + 27$ |
| b. $8 + 2x^2 = 40$ | d. $x^2 + 110 = 10$ |

43 Résous les équations suivantes.

- | | |
|--------------------|------------------|
| a. $(x + 1)^2 = 9$ | b. $x^2 + 1 = 9$ |
|--------------------|------------------|