Série: calcul vectoriel dans le plan

Exercice 1

Soit ABC un triangle et soient I, J et K les points définis par : $\overrightarrow{BI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AJ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AK}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

1) Tracer une figure.

2) Montrer que $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{JK}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

3) Déduire que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 2

Soit ABC un triangle et soient I, J les points définis par : $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$.

1) Tracer une figure.

2) Montrer que $\overrightarrow{CI}=\overrightarrow{CA}-2\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}-\overrightarrow{CB}$

3) Déduire que les vecteurs $\overrightarrow{CI}$ et $\overrightarrow{BJ}$ sont colinéaires.

Exercice 3

Soit $ABCD$ un parallélogramme et soient I, J et K les points définis par : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AJ}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{IK}=\frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$.

1) Tracer une figure.

2) Montrer que les points A, C et K sont alignés.

Exercice 4

Soit ABC un triangle et soit I le milieu de $[AB]$.

1)a- Construire le point J tel que $\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{AC}$.

b- Montrer que $\overrightarrow{IJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

2) Soit K le point défini par : $2\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$.

a- Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BK}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$, puis construire le point K.

b- Montrer que les points I, J et K sont alignés

Exercice 5

Soit $ABCD$ un parallélogramme et soient E et F les points définis par : $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AF}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AE}$.

1) Montrer que $\overrightarrow{FE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FA}$ et que $\overrightarrow{FC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$.

2) Déduire que les points B, C et F sont alignés.

Exercice 6

Soit ABC un triangle et soient A', B' et C' les milieux respectifs des cotés $[BC], [AC]$ et $[AB]$.

1) a- Montrer que $\overrightarrow{BB'}=-\overrightarrow{AC'}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

b- Montrer que $\overrightarrow{CC'}=-\overrightarrow{AB'}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.

2) Soient E et F les points du plan tels que $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{BB'}$ et $\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{CC'}$.

a- Quelle est la nature de chacun des quadrilatères $ACBF$ et $ABCE$?

b- Montrer que les points A, E et F sont alignés.

Exercice 7

Soit ABC un triangle et soient I, J et K les milieux respectifs des cotés $[BC], [AC]$ et $[AB]$ et soit G le point de rencontre de (AI) et de (BJ).

1) Soit L le milieu du segment $[JC]$.

Montrer que $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$, puis exprimer $\overrightarrow{AG}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.(Id : on peut utiliser le théorème de Thales sur le triangle AIL)

2) a- Exprimer exprimer $\overrightarrow{BG}$ en fonction de $\overrightarrow{BJ}$,puis $\overrightarrow{CG}$ de $\overrightarrow{CK}$.

b- Qu'est ce qu'on peut déduire ?

3) Montrer que $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Exercice 8

Soit ABC un triangle et soient P et Q les points définis par : $\overrightarrow{AP}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AC}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CQ}=-2\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) Tracer une figure.

2) Montrer que B est le milieu de $[PQ]$.