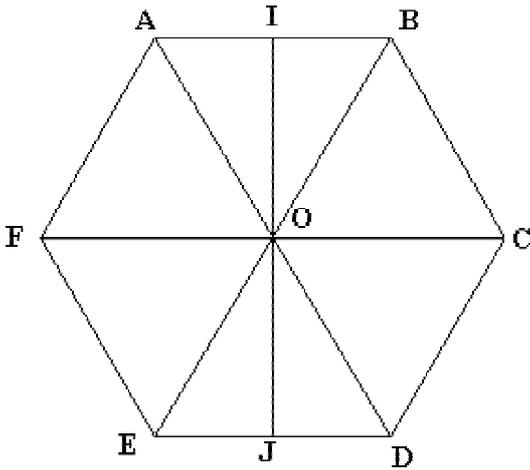


**VECTEURS – EXERCICES CORRIGES**

Exercice n°1.



On considère un hexagone régulier ABCDEF de centre O, et I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [ED]. En utilisant les lettres de la figure citer :

- 1) Deux vecteurs égaux  
.....
- 2) Deux vecteurs de même direction, de sens contraire et de normes différentes  
.....
- 3) Deux vecteurs de même direction, de même sens et de normes différentes  
.....
- 4) Deux vecteurs de direction différentes et de même norme.  
.....
- 5) Deux vecteurs opposés.  
.....

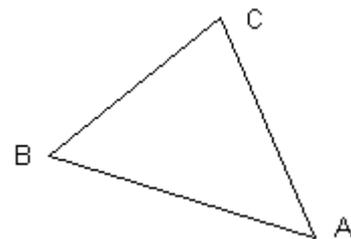
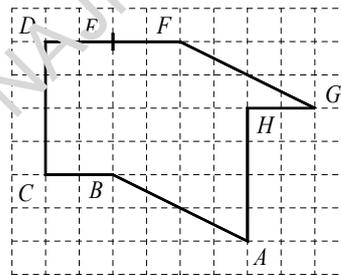
Exercice n°2. Compléter les pointillés à l'aide de la **relation de Chasles**

$$\begin{array}{lll} \vec{IJ} = \vec{IB} + \vec{BJ} & \vec{E} = \vec{F} + \vec{G} & \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} = \vec{\dots} & \vec{XK} = \vec{XL} + \vec{LK} \\ \vec{H} = \vec{\dots} + \vec{IJ} & \vec{AB} = \vec{C} + \vec{D} + \vec{\dots} & \vec{CD} = \vec{A} + \vec{A} & \vec{RS} = \vec{R} + \vec{S} \\ \vec{MN} = \vec{P} + \vec{\dots} & \vec{\dots} = \vec{JK} + \vec{M} & \vec{Y} = \vec{XJ} + \vec{\dots} + \vec{R} & \end{array}$$

Exercice n°3. On considère la figure-ci contre :

En n'utilisant que les lettres représentées sur cette figure, compléter :

$$\begin{array}{l} \vec{AB} + \vec{FE} = \dots\dots\dots \\ \vec{AB} + \vec{AH} = \dots\dots\dots \\ \vec{BA} + \vec{BC} = \dots\dots\dots \\ \vec{BC} + \vec{DE} = \dots\dots\dots \\ \vec{BF} + \vec{GF} = \dots\dots\dots \\ \vec{AE} + \vec{FB} = \dots\dots\dots \end{array}$$

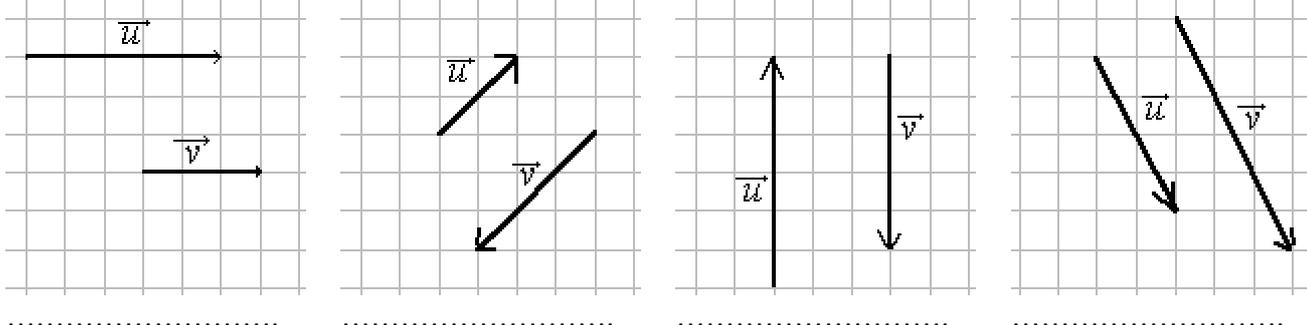


Exercice n°4. ABC est le triangle ci-contre

- 1) Placer les points D et E tels que  $\vec{AD} = \vec{AC} - \vec{AB}$  et  $\vec{AE} = \vec{AB} - \vec{AC}$
- 2) Démontrer que A est le milieu de [ED].

Exercice n°5.

Dans chaque cas , Déterminer à partir du graphique une relation du type :  $\vec{u} = k\vec{v}$  où k est un réel :



Exercice n°6. ABCD étant un parallélogramme, construire les points I, J et K tels que :

$$\vec{AI} = 3\vec{AB} \quad \vec{DJ} = -\frac{3}{2}\vec{CD} \quad \vec{DK} = \vec{CA} + 3\vec{AB}$$

Exercice n°7.

Soit A et B deux points distincts d'un plan. Placer le point G tel que  $-2\vec{GA} + 5\vec{GB} = \vec{0}$

Exercice n°8.

1) Exprimer plus simplement le vecteur :  $\vec{n} = 2(\vec{MA} - \vec{AC}) + \vec{MB} - 3\vec{MC}$  en fonction de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$ .

2)  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont 3 vecteurs. Déterminer le nombre  $k$  tel que  $\vec{w} = k\vec{u}$  sachant que  $\vec{u} = -\frac{5}{4}\vec{v}$  et que  $\vec{w} = \frac{2}{3}\vec{v}$ .

Exercice n°9. Soient trois points A, B et C distincts non alignés.

Les vecteurs  $\vec{w}$  et  $\vec{x}$  sont-ils colinéaires dans les cas suivants?

1)  $\vec{w} = 2\vec{AB}$  et  $\vec{x} = -6\vec{AB}$

2)  $\vec{w} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$  et  $\vec{x} = 4\vec{AB} - 6\vec{AC}$

3)  $\vec{w} = 3\vec{AB} - \vec{AC}$  et  $\vec{x} = 9\vec{AB} - 2\vec{AC}$

4)  $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{AB} + 3\vec{AC}$  et  $\vec{x} = -\frac{3}{2}\vec{AB} - 9\vec{AC}$

5)  $\vec{w} = \frac{1}{3}\vec{AB} + 2\vec{AC}$  et  $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{AB} - 3\vec{AC}$

6)  $\vec{w} = \frac{2}{5}\vec{AB} - \frac{3}{5}\vec{AC}$  et  $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC}$

Exercice n°10. On considère un triangle ABC.

1) Construire les points D et E tels que  $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{AB}$  et  $\vec{BE} = \vec{AB} + \vec{AD}$

2) Construire les points M et N tels que  $\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$  et  $\vec{AN} = \frac{2}{3}\vec{AC}$

3) Exprimer  $\vec{MN}$  en fonction de  $\vec{BC}$ . Que peut-on en déduire pour (MN) et (BC) ?

Exercice n°11.

Soit ABCD un quadrilatère quelconque. On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA]

1) Trouvez le nombre  $h$  tel que  $\vec{IJ} = h\vec{AC}$

2) Que peut-on dire de  $\vec{LK}$  ?

3) Conclure sur la nature du quadrilatère IJKL

Exercice n°12. On considère un triangle ABC.

On désigne par P le milieu de [AB], et par Q et R les points définis par  $\vec{BQ} = -\frac{1}{3}\vec{BC}$  et  $\vec{RC} = \frac{4}{5}\vec{AC}$

1) Exprimer  $\vec{PQ}$  et  $\vec{PR}$  en fonction des vecteurs  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$

2) Que peut-on dire des vecteurs  $\vec{PQ}$  et  $\vec{PR}$  ?

3) Que peut-on en déduire ?

Exercice n°13. Soit ABC un triangle.

On désigne par D et E les points tels que :  $\vec{AD} = \frac{5}{2}\vec{AC} + \frac{3}{2}\vec{CB}$  et  $\vec{CE} = -2\vec{AC} + \frac{1}{2}\vec{AB}$

Montrer que le point B est le milieu du segment [ED].

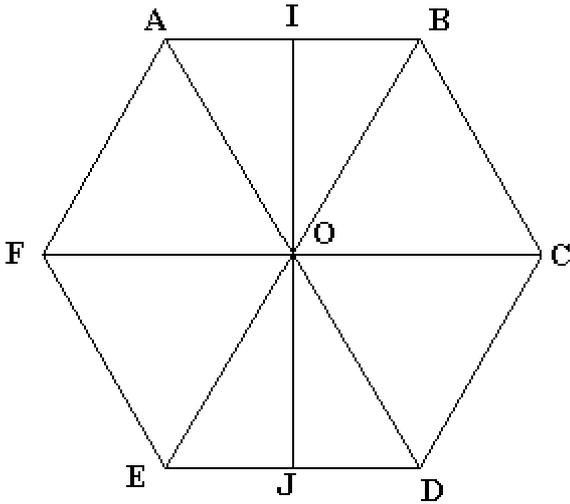
Exercice n°14. Soit ABC un triangle.

1) On désigne par J, D et K les points tels que  $\vec{AJ} = \frac{2}{3}\vec{AB}$ ,  $\vec{BK} = \frac{1}{2}\vec{BC}$  et  $\vec{AD} = 2\vec{AC}$

2) Montrer que les points J, D et K sont alignés.

Mathématiques Tronc commun Sciences  
**VECTEURS – CORRECTION**

Exercice n°1



1) Deux vecteurs égaux sont par exemple :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FO} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{ED}$$

ou encore  $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$

2) Deux vecteurs de même direction, de sens contraire et de normes différentes sont par exemple :

$$\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{CF}$$

3) deux vecteurs de même direction, de même sens et de normes différentes sont par exemple :

$$\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{FC}$$

4) Deux vecteurs de direction différentes et de même norme sont par exemple :

$$\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{BC}$$

5) Deux vecteurs opposés sont par exemple :

$$\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DE}$$

Exercice n°2 Compléter les pointillés à l'aide de la relation de Chasles

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BJ}$$

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GE}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{XK} = \overrightarrow{XL} + \overrightarrow{LK}$$

$$\overrightarrow{HJ} = \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{IJ}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DB}$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RA} + \overrightarrow{AS} \text{ (ou n'importe quelle$$

$$\overrightarrow{XY} = \overrightarrow{XJ} + \overrightarrow{RY} + \overrightarrow{JR} \text{ (on change alors$$

autre lettre que A)

l'ordre des vecteurs dans la somme)

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PN}$$

$$\overrightarrow{JM} = \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KM}$$

Exercice n°3 On considère la figure suivante :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{FH}$$

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF}$$

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AC}$$

Exercice n°4

1)

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$$

$$= \overrightarrow{AC} + \underbrace{(-\overrightarrow{AB})}_{\text{opposé du vecteur } \overrightarrow{AB}}$$

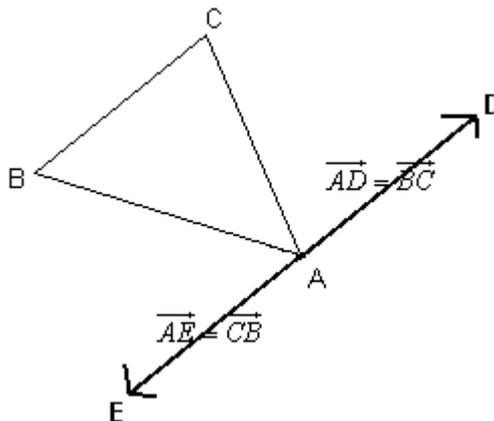
$$= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$

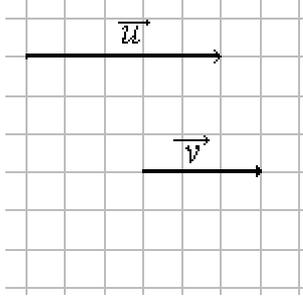
$$= \overrightarrow{AB} + \underbrace{(-\overrightarrow{AC})}_{\text{opposé du vecteur } \overrightarrow{AC}}$$

$$= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$$

2) Puisque  $\overrightarrow{CB} = -\overrightarrow{BC}$ , on déduit que  $\overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DA}$ , qui caractérise le fait que A est le milieu de {ED}

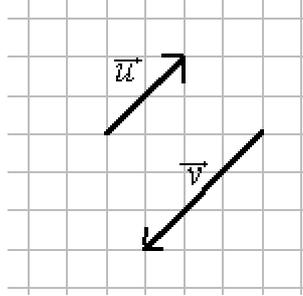


Exercice n°5



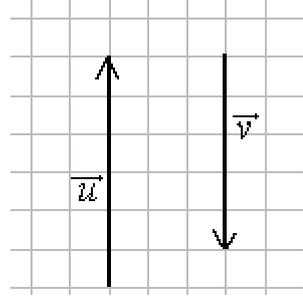
$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ont la même direction, et sont de même sens donc  $k > 0$ .

$$\vec{u} = \frac{5}{3}\vec{v}$$



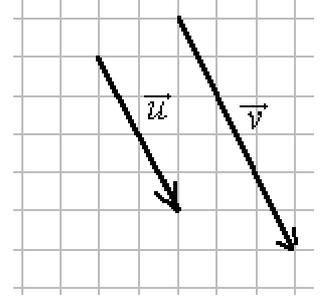
$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ont la même direction, et sont de sens contraire donc  $k < 0$ .

$$\vec{u} = -\frac{2}{3}\vec{v}$$



$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ont la même direction, et sont de sens contraire donc  $k < 0$ .

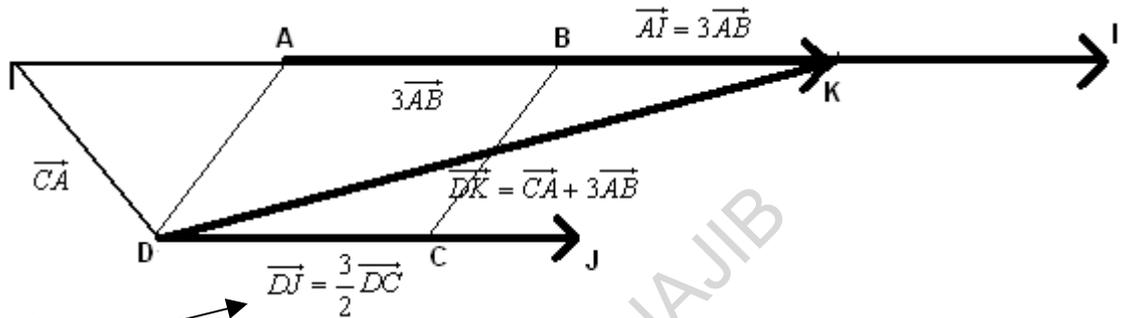
$$\vec{u} = -\frac{6}{5}\vec{v}$$



$\vec{u}$  et  $\vec{v}$  ont la même direction, et sont de même sens donc  $k > 0$ .

$$\vec{u} = \frac{4}{6}\vec{v} = \frac{2}{3}\vec{v}$$

Exercice n°6



$$\vec{DJ} = -\frac{3}{2}\vec{CD} = \frac{3}{2}\vec{DC}$$

Exercice n°7

1) On écrit

$$\begin{aligned} \vec{n} &= 2(\vec{MA} - \vec{AC}) + \vec{MB} - 3\vec{MC} \\ &= 2(\vec{MA} - \vec{AC}) + \vec{MA} + \vec{AB} - 3(\vec{MA} + \vec{AC}) \\ &= 2\vec{MA} - 2\vec{AC} + \vec{MA} + \vec{AB} - 3\vec{MA} - 3\vec{AC} \\ &= 2\vec{MA} + \vec{MA} - 3\vec{MA} - 2\vec{AC} + \vec{AB} - 3\vec{AC} \\ &= \vec{AB} - 5\vec{AC} \end{aligned}$$

2) Si  $\vec{u} = -\frac{5}{4}\vec{v}$ , alors  $\vec{v} = -\frac{4}{5}\vec{u}$ . Si  $\vec{w} = \frac{2}{3}\vec{v}$ , alors  $\vec{v} = \frac{3}{2}\vec{w}$

$$\text{Ainsi } \begin{cases} \vec{v} = -\frac{4}{5}\vec{u} \\ \vec{v} = \frac{3}{2}\vec{w} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2}\vec{w} = -\frac{4}{5}\vec{u} \Leftrightarrow \vec{w} = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{4}{5}\vec{u}\right) = -\frac{8}{15}\vec{u}$$

Ainsi le nombre  $k$  tel que  $\vec{w} = k\vec{u}$  vaut  $k = -\frac{8}{15}$

Exercice n°8

$$-2\vec{GA} + 5\vec{GB} = \vec{0}$$

Relation de Chasles

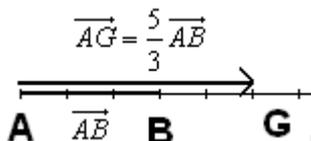
$$\Leftrightarrow -2\vec{GA} + 5(\vec{GA} + \vec{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow -2\vec{GA} + 5\vec{GA} + 5\vec{AB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{GA} + 5\vec{AB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{GA} = -5\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{GA} = -\frac{5}{3}\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AG} = \frac{5}{3}\vec{AB}$$

D'où une construction du point G :

PROF : ATMANI NAJIB



Exercice n°9

1) Si  $\vec{w} = 2\vec{AB}$  et  $\vec{x} = -6\vec{AB}$ , alors  $-3\vec{w} = -3 \times 2\vec{AB} = -6\vec{AB} = \vec{x}$ . Puisque  $\vec{x} = -3\vec{w}$ , les vecteurs  $\vec{x}$  et  $\vec{w}$  sont colinéaires

2) Si  $\vec{w} = -2\vec{AB} + 3\vec{AC}$  et  $\vec{x} = 4\vec{AB} - 6\vec{AC}$ , alors

$$-2\vec{w} = -2(-2\vec{AB} + 3\vec{AC}) = (-2) \times (-2\vec{AB}) + (-2) \times 3\vec{AC} = 4\vec{AB} - 6\vec{AC} = \vec{x}.$$

Puisque  $\vec{x} = -2\vec{w}$ , les vecteurs  $\vec{x}$  et  $\vec{w}$  sont colinéaires

3) Si  $\vec{w} = 3\vec{AB} - \vec{AC}$  et  $\vec{x} = 9\vec{AB} - 2\vec{AC}$ , les vecteurs ne sont pas colinéaires, car s'il existait un réel  $k$  tel que  $k\vec{w} = \vec{x}$ ,

on aurait  $k\vec{w} = k(3\vec{AB} - \vec{AC}) = 3k\vec{AB} - k\vec{AC} = \vec{x}$  si et seulement si  $\begin{cases} 3k = 9 \\ -k = -2 \end{cases}$ . Or il n'existe aucune valeur  $k$  réelle

solution de ce système

4) Si  $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{AB} + 3\vec{AC}$  et  $\vec{x} = -\frac{3}{2}\vec{AB} - 9\vec{AC}$ , alors  $-3\vec{w} = -3\left(\frac{1}{2}\vec{AB} + 3\vec{AC}\right) = -\frac{3}{2}\vec{AB} - 9\vec{AC} = \vec{x}$ . Puisque

$\vec{x} = -3\vec{w}$ , les vecteurs  $\vec{x}$  et  $\vec{w}$  sont colinéaires

5) Si  $\vec{w} = \frac{1}{3}\vec{AB} + 2\vec{AC}$  et  $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{AB} - 3\vec{AC}$ , les vecteurs ne sont pas colinéaires, car s'il existait un réel  $k$  tel que

$k\vec{w} = \vec{x}$ , on aurait  $k\vec{w} = k\left(\frac{1}{3}\vec{AB} + 2\vec{AC}\right) = \frac{k}{3}\vec{AB} + 2k\vec{AC} = \vec{x}$  si et seulement si  $\begin{cases} \frac{k}{3} = \frac{1}{2} \\ 2k = -3 \end{cases}$ . Or il n'existe aucune

valeur  $k$  réelle solution de ce système

6) Si  $\vec{w} = \frac{2}{5}\vec{AB} - \frac{3}{5}\vec{AC}$  et  $\vec{x} = \frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC}$  alors  $\frac{5}{4}\vec{w} = \frac{5}{4}\left(\frac{2}{5}\vec{AB} - \frac{3}{5}\vec{AC}\right) = \frac{5}{4} \times \frac{2}{5}\vec{AB} - \frac{5}{4} \times \frac{3}{5}\vec{AC}$

$$= \frac{1}{2}\vec{AB} - \frac{3}{4}\vec{AC} = \vec{x}. \text{ Puisque } \vec{x} = \frac{5}{4}\vec{w}, \text{ les vecteurs } \vec{x} \text{ et } \vec{w} \text{ sont colinéaires.}$$

Exercice n°10

1) et 2) voir ci-contre

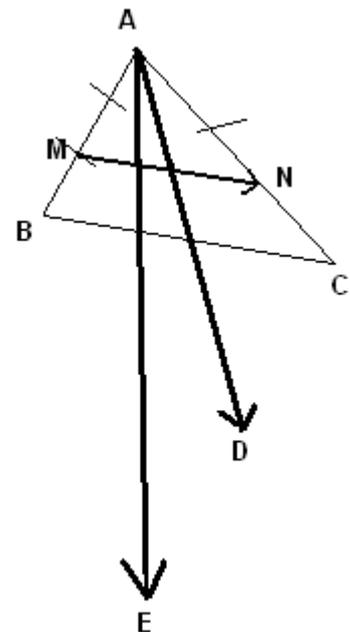
3)

$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AN} = -\vec{AM} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

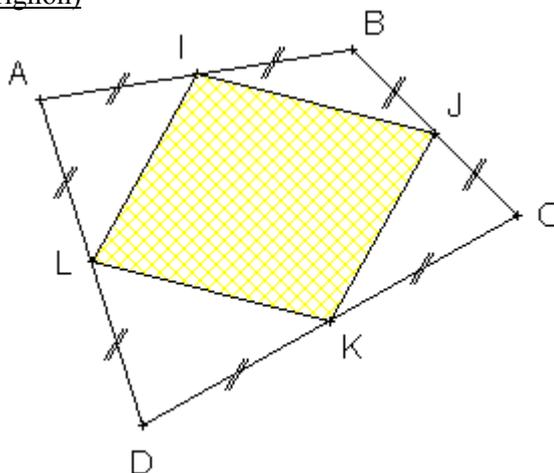
$$= -\frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC} = \frac{2}{3}\vec{BA} + \frac{2}{3}\vec{AC}$$

$$= \frac{2}{3}(\vec{BA} + \vec{AC}) = \frac{2}{3}\vec{BC}$$

Les vecteurs  $\vec{MN}$  et  $\vec{BC}$  étant colinéaires, on déduit que les droites (MN) et (BC) sont parallèles



Exercice n°11 (le Théorème de Varignon)



1) Dans le triangle ABC, I étant le milieu de [AB] et J celui de [BC], on applique la propriété dite de la droite des milieux

(ou de Thalès Vectoriel) pour conclure que  $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$

2) Dans le triangle ACD, L étant le milieu de [AD] et K celui de [CD], on applique la propriété dite de la droite des milieux (ou de Thalès Vectoriel) pour conclure que  $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$

3) Puisque  $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{LK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$ , on conclut que  $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{LK}$ , donc que IJKL est un parallélogramme.

Exercice n°12

1) On écrit

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BQ} \\ &\text{car P est} \\ &\text{le milieu} \\ &\text{de [AB]} \quad \text{par définition} \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \left( -\frac{1}{3} \overrightarrow{BC} \right) \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{BA} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \\ &= \frac{5}{6} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

Si  $\overrightarrow{RC} = \frac{4}{5} \overrightarrow{AC}$ , alors, on peut écrire de plus que  $\overrightarrow{CR} = \frac{4}{5} \overrightarrow{CA}$ , c'où :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{PR} &= \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CR} \\ &\text{car P est} \\ &\text{le milieu} \\ &\text{de [AB]} \quad \text{par définition} \\ &= \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \left( \frac{4}{5} \overrightarrow{CA} \right) \\ &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{4}{5} \overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{5} \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

2) On calcule

$$\begin{aligned} -\frac{3}{5} \overrightarrow{PQ} &= -\frac{3}{5} \left( \frac{5}{6} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \right) \\ &= -\frac{3 \times 5}{5 \times 6} \overrightarrow{AB} + \frac{3 \times 1}{5 \times 3} \overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{5} \overrightarrow{AC} \\ &= \overrightarrow{PR} \end{aligned}$$

Les vecteurs  $\overrightarrow{PR}$  et  $\overrightarrow{PQ}$  sont donc colinéaires

3) On en déduit que les points P, Q et R sont alignés

Exercice n°13

1) On va exprimer les vecteurs  $\overrightarrow{BD}$  et  $\overrightarrow{BE}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  afin de montrer qu'ils sont colinéaires

On écrit d'une part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{BA} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}\overrightarrow{CB} \\ &= -\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{3}{2}(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) \\ &= -\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

Et d'autre part :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BE} &= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} \\ &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \\ &= -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

Puisque  $\overrightarrow{BD} = -\overrightarrow{BE}$ , on en déduit que le point  $B$  est le milieu du segment  $[ED]$ .

Exercice n°14

On écrit successivement :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{JK} &= \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} \\ &= \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \\ &= -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \\ &= -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \\ &= -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\end{aligned}$$

puis  $\overrightarrow{JD} = \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AC} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ , ce qui nous permet de constater que  $\overrightarrow{JD} = 4\overrightarrow{JK}$ , donc de conclure que les points  $J, D$  et  $K$  sont alignés.