Série d'exercices sur les vecteurs

Exercice I :

On considère un parallélogramme EURO.

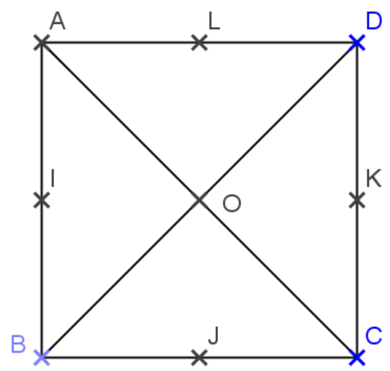
1. Construire les points A, B, C et D tels que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{RO}$, $\overrightarrow{BR} = \overrightarrow{RU}$, , $\overrightarrow{RC} = \overrightarrow{EU}$ et $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{UR}$
2. Démontrer que O est le milieu de du segment [AB].
3. Démontrer que ABCD est un parallélogramme.

Exercice II :

Soit ABCD un parallélogramme. Soit les points P, Q, R et S définis par $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BQ} = 2\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CR} = 2\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DS} = 2\overrightarrow{DA}$. Montrer que PQRS est un parallélogramme.

Exercice III :

Le quadrilatère ABCD est un carré de centre O et I, J, K, L sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA]. Compléter les égalités suivantes en utilisant uniquement les points présents sur la figure.

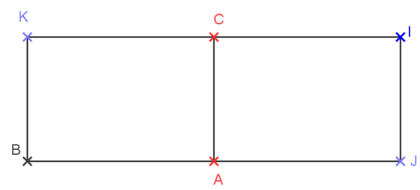


$\overrightarrow{LK}+\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\ldots}$ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{\ldots}$

$\overrightarrow{OL}+\overrightarrow{OK}=\overrightarrow{\ldots}$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AL}=\overrightarrow{\ldots}$ $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{LI}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{\ldots}$

Exercice IV :

Dans cette figure, KBJI est un rectangle et A et C sont les milieux respectifs des segments [BJ] et [KI].



Déterminer à quel point correspond le symbole •.

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{JI}$ = ……………………………………………………………………… = $\overrightarrow{A\,\bullet}$

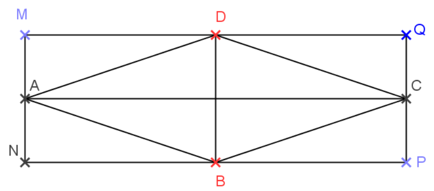
$\overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KB}$ = ……………………………………………………………………… = $\overrightarrow{C\,\bullet}$

$\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{BC}$ = ……………………………………………………………………… = $\overrightarrow{\bullet\,J}$

$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AJ}$ = ……………………………………………………………………… = $\overrightarrow{A\,\bullet}$

Exercice V:

On considère un rectangle MNPQ. On désigne par A, B, C et D les milieux respectifs de [MN], [NP], [PQ] et [QM]. Compléter les égalités suivantes en utilisant les points de la figure.



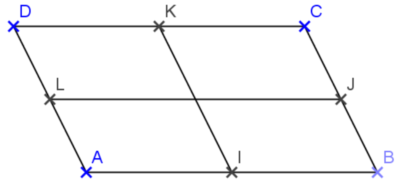
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ = … $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ = … $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$ = …

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ = … $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ = …

Exercice VI:

Soit ABCD un parallélogramme. I, J, K et L sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].

Compléter les égalités suivantes à l'aide des points de la figure.

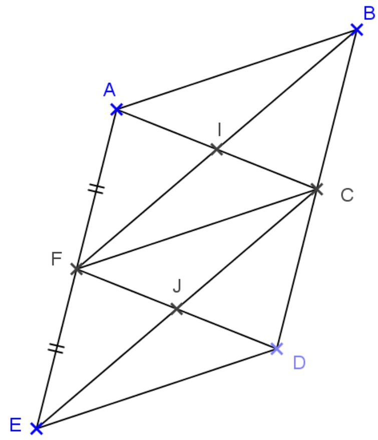


$\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{KJ}=\overrightarrow{A\ldots}$; $\overrightarrow{IJ}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C\ldots}$; $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CJ}=\overrightarrow{\ldots D}$; $\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{DL}+\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{\ldots C}$

Exercice VII:

Soient ABCF et FCDE deux parallélogrammes.

Compléter les égalités suivantes à l'aide des points de la figure.



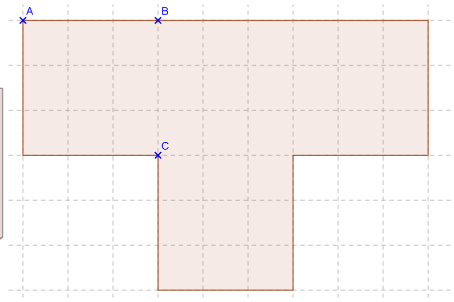
$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{C\ldots}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A\ldots}$

$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{JI}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{\ldots A}$ $\qquad$ $\overrightarrow{IF}+\overrightarrow{JE}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{\ldots J}$

Exercice VIII :

Aurore (A), Benoît (B) et Céleste sont assis à une table selon le Benoît est assis entre Aurore et Iris (I), et Céleste est assise entre Julien (J) et Aurore. La position de Kim (K) vérifie $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BI}$. Traduire le texte sous forme d'égalité vectorielle. Démontrer que ACKB est un parallélogramme. Démontrer que BCJK est un parallélogramme. Démontrer que K est le milieu de [IJ].

Lorsqu'une personne M est assise entre L et N, alors le point M est le milieu de [LN].



Exercice IX :

Partie 1 : Etablir des conjectures

1. Tracer ABC un triangle (sur feuille ou grâce à Géogebra) quelconque et placer un point E à l'intérieur de ce triangle. Noter I, J et K les milieux respectifs des segments [AB], [BC] et [CA].
2. Construire le point F, image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{EA}$.
3. Construire le point G, image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{EC}$.
4. Construire le point H, image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{EB}$.
5. Conjecture : quelle est la nature du quadrilatère ABHG ?
6. Que peut-on en déduire quant aux droites (AH), (BG) et (CF) ?

Partie 2 : Démonstration

1. Démontrer que $\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CH}=\overrightarrow{EB}$.
2. En remarquant que $\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CH}$, démontrer que ABHG est un parallélogramme. Noter O son centre.
3. Démontrer que $\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{EC}$ et en déduire que BCGF est un parallélogramme.
4. Démontrer que les droites (AH), (BG) et (CF) sont concourantes en O.