Tronc commun Sciences BIOF

Série N°1 : FONCTIONS – *Généralités*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) (**) Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)=-x^2+2x+2$

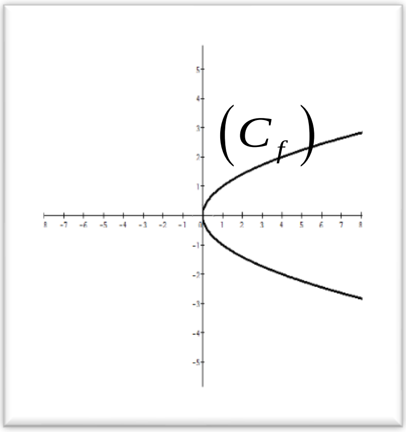
1) Calculer les images de $\frac{-1}{2}$ et $\sqrt{3}$ par f.

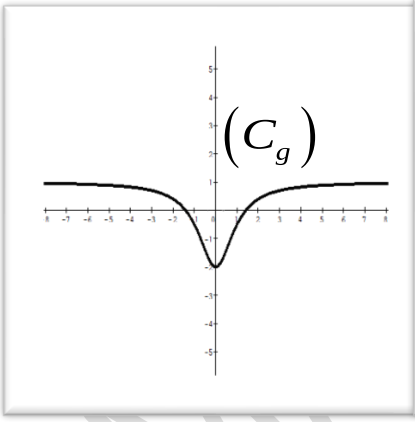
2) Montrer que : $1+\sqrt{2}$ est un antécédent de 1 par f

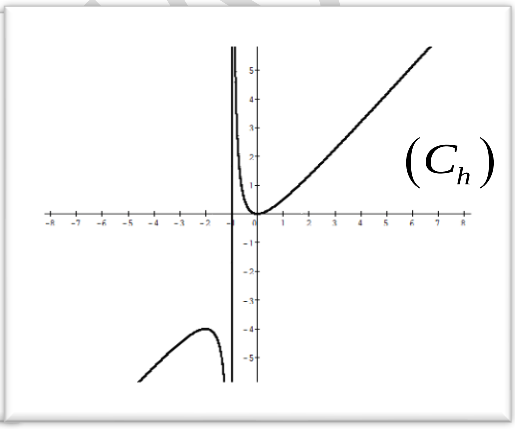
3) Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f

4) Donner une interprétation géométrique du résultat de la question 3)

Exercice 2 : (*) Parmi les courbes suivantes déterminer ceux qui représentent une fonction :







Exercice 3 : (*) 1) On considère la fonction réelle de la variable réelle définie par : $f(x)=\frac{1}{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par f ? 0 ; 2 ; -3 ; 3.

2) On considère la fonction définie par : $f(x)=\sqrt{x-3}$

Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par g ? 0 ; 2 ; -3 ; 4.

3) On considère la fonction définie par : $f(x)=\frac{1}{\sqrt{7-x}}$ Parmi les valeurs suivantes, laquelle/lesquelles n'a/ont pas d'image par h ? 5 ; -6 ; 9 ; 7.

Exercice 4 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{x^2+1}{5x^2-4x}$

2) $f(x)=\frac{\left|-5x^2+2\right|}{2x^2-x-6}$

3) $f(x)=\frac{2x^5-2023}{x^2+3x+10}$

4) $f(x)=\frac{6x-5}{x^4-2x^2+1}$

5) $f(x)=\frac{-\sqrt{x-1}+1}{|7x-10|-|6+3x|}$

6) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{6|x+5|+2}$

7) $f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{2x^2-3x+1}}$

8) $f(x)=\frac{\left|x^2-6\right|}{\sqrt{-2x^2+4x-2}}$

9) $f(x)=\sqrt{\frac{-3x^2+x+5}{2x^2+x-5}}$

10) $f(x)=\sqrt{2|x-9|-1}$

11) $f(x)=2\sin^2 x+3\cos x-1$

12) $f(x)=\sqrt{2x-1}+\sqrt{3-5x}$.

13) $f(x)=\frac{|x-4|-|x-1|}{x^2+2|x|-3}$

14) $f(x)=\frac{2\sin x}{2\cos x-1}$

Exercice 5 : (***) Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x-1}{x+2} & si \quad x\leq 0 \\ f(x)=\dfrac{x^2}{(x+1)(4-x)} & si \quad x\succ 0 \end{cases}$

1) Déterminer D_f

2) Calculer : $f(2)$; $f(0)$; $f(-1)$

Exercice 6 : (*) Soient les deux fonctions : $f(x)=\dfrac{3x^2+1}{\sqrt{x^2}}$ et $g(x)=\dfrac{1+3x^2}{|x|}$

Est-ce que $f=g$? Justifier

Exercice 7 : (**) Soient les deux fonctions : $h(x)=\dfrac{x^2-x}{x}$ et $t(x)=x-1$

Est-ce que : $h=t$? Justifier

Exercice 8 : (**) Soit f et g les fonctions numériques tel que : $f(x)=x+1$ et $g(x)=x^2+x+2$

Comparer les fonctions f et g

Exercice 9 : (**) Soit f la fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{(3x+1)(2-x)}{4x^2-1}$

Etudier le signe de le fonction f

Exercice 10 : (*) Que représente la courbe représentative d'une fonction affine f ($f(x)=ax+b$ avec $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$)

Solution : la courbe représentative d'une fonction affine f est une droite d'équation $y=ax+b$

Exercice 11 : (**) Soit la fonction numérique f définie par : $f(x)=x^2+2x-2$

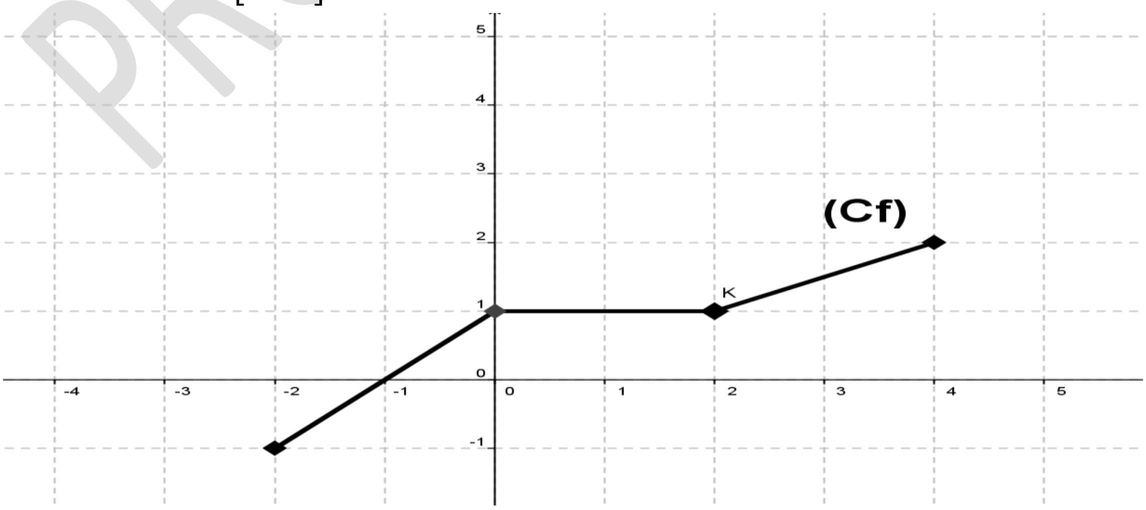
1) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé d'unité 1 cm à l'aide du tableau de valeurs suivant :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$							

2) Résoudre graphiquement dans l'intervalle [−4 ; 2] :

- L'équation : $f(x)=1$
- L'équation : $f(x)=-x-2$
- L'inéquation : $f(x)\leq -2$

Exercice 12 : (***) La figure ci-dessous représente la représentation graphique d'une fonction f Sur l'intervalle : $[-2,4]$



1) Déterminer les images des nombres **: -2 ; -1 ;0 ; 2 ; 4** par la fonction f

2) Donner les antécédents de : 2 ; 0 ; $\frac{3}{2}$ et 3 par f.

3) Combien d'antécédents à le nombre 1 par f.

4) Quel est le minimum de la fonction f sur $[-2,4]$? en quelle valeur ce minimum est-il atteint ?

5) Quel est le maximum de la fonction f sur $[-2,4]$? en quelle valeur ce maximum est-il atteint ?

6) Déterminer : $f(x)$ en fonction de x sur $[-2,4]$

Exercice 13 : (***) Tracer la représentation graphique de la fonction f tel que : $f(x)=|2x-4|$

Exercice 14 : (*) Etudier la parité des fonctions suivantes :

1) $f(x)=3x^2-5$ 2) $g(x)=\frac{3}{x}$ 3) $h(x)=2x^3+x^2$ 4) $t(x)=\frac{x}{x-2}$

5) $m(x)=|x|-\frac{1}{x^2}$ 6) $l(x)=\frac{1+x}{1+x^2}$ 7) $f(x)=2\sin x-x^3(1-\cos x)$

Exercice 15 : (***) Soit la fonction définie par : $5f(x)+f(-x)=2x^3-3x$ Pour tout réel x

1) Montrer que : f est une fonction impaire

2) Donner une expression de $f(x)$ Pour tout réel x

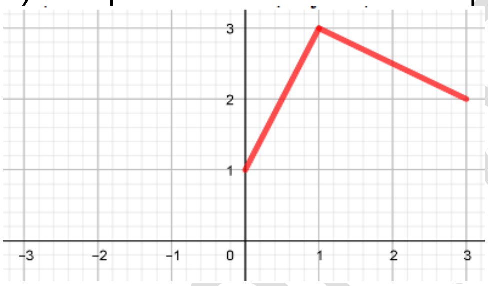
Exercice 16 : (**) Soit la fonction définie par : $f(x)=\frac{|x|+1}{2|x|-3}$

(C_f) la courbe de f Dans le repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé.

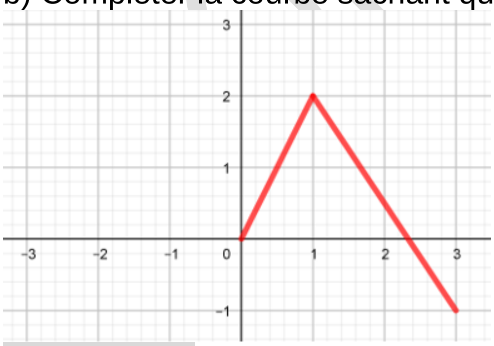
Montrer que (C_f) symétrique par rapport à l'axe des ordonnées

Exercice 17 : (*) Soit f une fonction définie sur [-3;3] dont la courbe est représentée sur [0;3].

a) Compléter la courbe sachant que f est paire.



b) Compléter la courbe sachant que f est impaire.



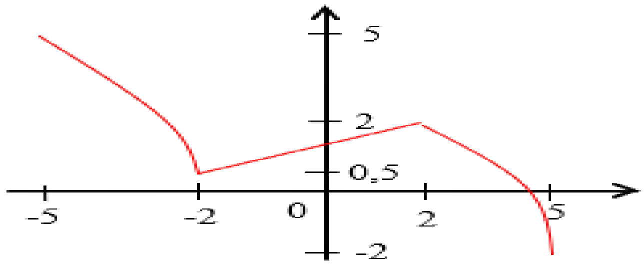
Exercice 18 : (**) Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=4\sin x-3$

Montrer que : $-7\leq g(x)\leq 1$

Exercice 19 : (**) Soient les fonctions définies par : 1) $f(x)=7x-5$ 2) $g(x)=\frac{2}{x}$

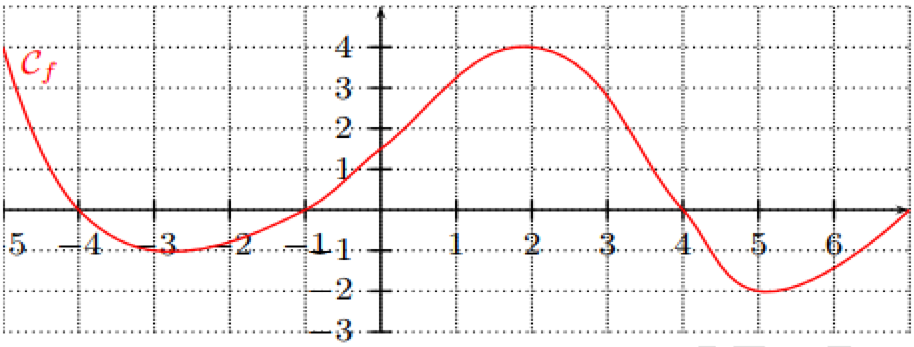
Etudier la monotonie de f et de g

Exercice 20 : (**) Soit la fonction définie par la représentions graphique suivante sur l'intervalle : $[-5;5]$



Dresser son tableau de variation sur l'intervalle : $[-5;5]$

Exercice 21 : (**) Soit la fonction définie par la représentions graphique suivante sur l'intervalle : $[-5;7]$



1) Dresser son tableau de variation sur l'intervalle : $[-5;7]$

2) Déterminer :

a) Le maximum absolu de f sur [−5 ; 7] b) Le minimum de f sur [−5 ; 7]

c) Le minimum de f sur [−5 ; 2]

3) Etudier le signe de la fonction f sur l'intervalle : $[-5;7]$

Exercice 22 : (*) Donner le tableau de variations et représenter la courbe des fonctions numériques définies par : 1) $f(x)=\frac{1}{2}x^2$ 2) $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$

Exercice 23 : (***) On considère les fonctions : $f(x)=x^2-2x$ et $g(x)=\frac{x}{x-2}$ et (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f et g

2) a) Vérifier que : $f(x)=(x-1)^2-1$ si $x\in D_f$

b) Vérifier que : $g(x)=1+\frac{2}{x-2}$ si $x\in D_g$

3)a) Donner la nature de la courbe de f et ces éléments caractéristique

b) Dresser le tableau de variation de f

4)a) Donner la nature de la courbe de g et ces éléments caractéristique

b) Dresser le tableau de variation de g

5)Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère

6)Déterminer les points d'intersection de (C_g) avec les axes du repère

7)Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

8) Déterminer algébriquement les points d'intersection de (C_f) et (C_g)

9)Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \leq g(x)$

10)Soit h la fonction définie par : $h(x) = \frac{|x|}{|x|-2}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_h

b) Montrer que la fonction h est paire

c)Vérifier que $h(x) = g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}^+ - \{2\}$

11)Tracer la courbes (C_h) de h et (C_g) dans un même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

12)Soit K la fonction définie par : $K(x) = |f(x)|$

a) Tracer la courbes (C_K) de K dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de

L'équation $K(x) = m$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien