Tronc commun Sciences BIOF

Série N°1 : PRODUIT SCALAIRE

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = \frac{5}{2}\sqrt{2}$ et $\|\vec{v}\| = 4$ et $\overline{(\vec{u};\vec{v})} \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

Calculer $\vec{u}\cdot\vec{v}$

Exercice2 : (**) Soit ABC un triangle tel que : $AB = 3$; $AC = 4$ et $BAC = \frac{2\pi}{3}$

Calculer : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

Exercice3 : (**) Déterminer, si possible, une mesure de l'angle $(\vec{u};\vec{v})$ (ou une approximation, si c'est possible) dans les cas suivants :

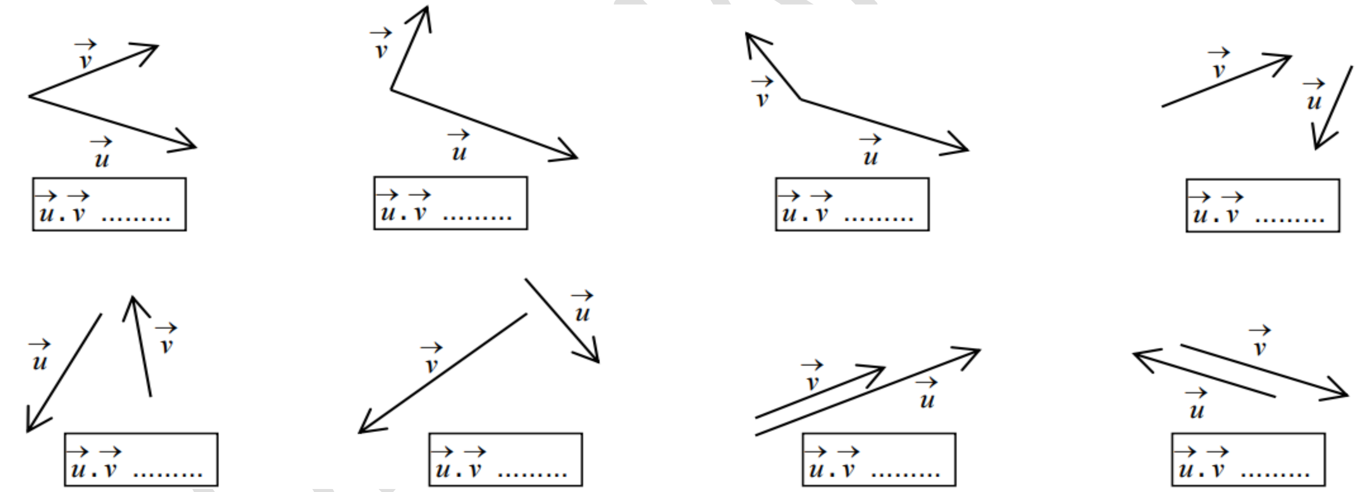
a) $\|\vec{u}\| = 4$ et $\|\vec{v}\| = 8$ et $\vec{u}.\vec{v} = 32$

b) $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}$ et $\|\vec{v}\| = 2\sqrt{2}$ et $\vec{u}.\vec{v} = 2\sqrt{3}$

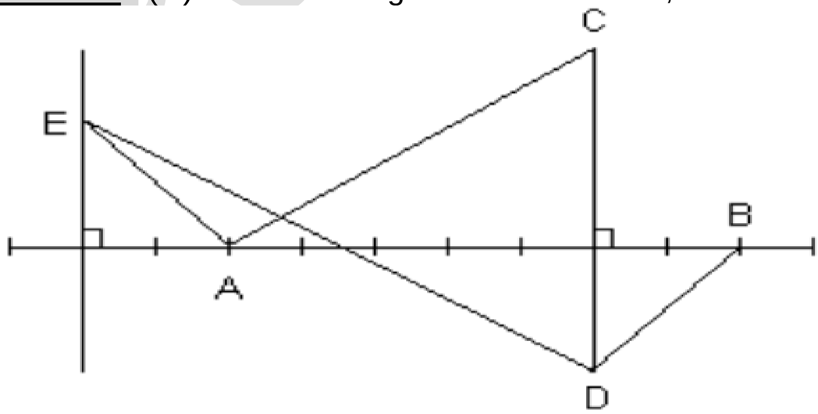
c) $\|\vec{u}\| = 1$ et $\|\vec{v}\| = 6$ et $\vec{u}.\vec{v} = -3$

Exercice4: (*)

Dans chaque cas, indiquer si le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ est positif : (>0) ; négatif (<0) ou nul $(=0)$



Exercice5 : (**) Dans la configuration ci-dessous, on a AB=7



Déterminer, par lecture graphique, les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ 2) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{DB}$ 3) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$ 4) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DE}$

Exercice6 : (**) ABCD est un carré de côté 2cm.

Les points M et N sont définis par : $\overrightarrow{CM}=\frac{5}{4}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BN}=\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

1) Ecrire $\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{BM}$ en en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$,

2) a) Calculer $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BM}$

b) Que peut-on dire pour les droites (AN) et (BM) ?

Exercice7 : (**) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\|=3$ et $\|\vec{v}\|=2$ et $\vec{u}.\vec{v}=-\frac{3}{2}$

Calculer :1) $A=(\vec{u}+\vec{v}).(2\vec{u}-3\vec{v})$ 2) $B=(\vec{u}-\vec{v}).(\vec{u}+\vec{v})$ 3) $C=(\vec{u}-\vec{v})^2$ et $D=(3\vec{u}+2\vec{v})^2$

4) $E=\|\vec{u}+\vec{v}\|$ et $F=\|\vec{u}-\vec{v}\|$

Exercice8 : (**) A,B et C sont trois points du plan tels que AB=3 , AC=2 et $BAC=\frac{\pi}{3}$ radians

1) On pose : $\vec{u}=\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}=\overrightarrow{AC}$. Calculer $\vec{u}.\vec{v}$

2) Construire les points D et E définis par : $\overrightarrow{AD}=2\vec{u}-3\vec{v}$ et $\overrightarrow{AE}=-\vec{u}+4\vec{v}$

3) Calculer les produits scalaires suivants :

a) $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AD}$ b) $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AE}$ c) $\overrightarrow{AE}.\overrightarrow{AE}$

4) En déduire une valeur approchée à 0,1 degré près par défaut de l'angle DAE

Exercice9 : (**) Soit CFG un triangle tels que : $CF=7$ et $CG=6$ et $FG=3$

En appliquant la propriété suivante :

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs alors on a : $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$ et $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)$

Calculer : $\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{CF}$

Exercice10 : (**) Considérons un triangle ABC tels que : BC = 7, AB = 6 et Ac = 5

1) a) Calculer : $\cos BAC$

b) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ En déduire que : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=30$

2)Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

Calculer : BH

Exercice11 : (*)

ABC est un triangle tel que AB=5 ; BC=8 et AC=7 et I est le milieu de [BC].

Calculer la longueur AI.

Exercice12 : (***) Soit ABC un triangle tel que : AB = $\sqrt{7}$ et AC= 2 et BC= 3

I Le milieu du segment $[BC]$

1) a) Calculer : $\cos(B\hat{A}C)$

b) Montrer que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1$

c) Calculer AI

2) Soit M un point tel que : $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

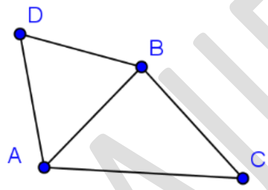
a) Calculer : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}$

b) Montrer que : $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

c) Que peut-on déduire des droites : (MB) et (AC) ?

Exercice13 : (**) Soit ABC un triangle tel que : $a = BC = 6$ et $A = 30°$ et $B = 73°$
Calculer b et c

Exercice14 : (***) Soit ABC un triangle isocèle et rectangle en B tel que $AB = \sqrt{2}$
On construit à l'extérieur du triangle ABC le triangle équilatérale ABD (voir schéma)



1) Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$

2) Calculer : AC et DC

3) Montrer que : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 - \sqrt{3}$

4) Vérifier que : $DAC = \frac{7\pi}{12}$

5) En déduire : $\cos \frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$

Exercice15 : (****) Soient A et B deux points distincts du plan tel que : $AB = 4$
1) Déterminer et représenter l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $\overrightarrow{AM} \bullet \overrightarrow{BM} = 0$

2) Déterminer et représenter l'ensemble (F) des points M du plan tel que : $\overrightarrow{MA} \bullet \overrightarrow{MB} = \frac{9}{4}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien