

Tronc commun Sciences BIOF

Série N°2 : FONCTIONS – Généralités

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

**Exercice 1 :** (\*) (\*\*) Soit la fonction numérique f définie par :  $f(x) = \frac{1}{|x|+1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f
- 2) Calculer les images de : 0 ; 1 ; -1 et -2 par f.
- 2) Les nombres : 0 ;  $\frac{1}{2}$  ; 1 et 2 ont-ils des antécédents par f ? si oui, trouver ces antécédents
- 3) Montrer que 1 est un maximum de f sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 2 :** (\*) et (\*\*) : Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

- 1)  $f(x) = 3x^2 - x + 1$ .
- 2)  $f(x) = \frac{x^3}{2x-4}$ .
- 3)  $f(x) = \frac{2x^4}{x^2-4}$ .
- 4)  $f(x) = \frac{7x-1}{x^3-2x}$ .
- 5)  $f(x) = \sqrt{-3x+6}$ .
- 6)  $f(x) = \frac{x-5}{2x^2-5x-3}$ .
- 7)  $f(x) = \sqrt{x^2-3x+2}$ .
- 8)  $f(x) = \sqrt{\frac{-3x+9}{x+1}}$ .
- 9)  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{-2x^2+x+3}}$ .
- 10)  $f(x) = \frac{x}{|2x-4|-|x-1|}$ .
- 11)  $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-x}$ .
- 12)  $f(x) = \sqrt{3-|-x+1|}$ .
- 13)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}-8}{x^6-7x^3-8}$ .
- 14)  $f(x) = \frac{2\cos x}{2\sin x+1}$ .

**Exercice 3 :** (\*\*) Soient les deux fonctions suivantes :  $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$  et  $g(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

Est-ce que :  $f = g$  ? Justifier

**Exercice 4 :** (\*\*) Les fonctions f et g définies respectivement par :  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+3}}$  et  $g(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+3}}$

Sont-elles égales ?

**Exercice 5 :** (\*\*) Soit f et g les fonctions numériques tel que :  $f(x) = x$  et  $g(x) = \frac{1}{x}$

Comparer les fonctions f et g

**Exercice 6 :** (\*) Tracer la représentation graphique de la fonction f tel que :  $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Tracer la courbe représentative de la fonction f Sur I l'intervalle  $I = [-2;3]$  dans un repère orthonormé d'unité 1 cm à l'aide du tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)						

**Exercice 7 :** (\*\*) La courbe ci-dessous représente la fonction f définie sur  $[-6;7]$

Répondre par lecture graphique :

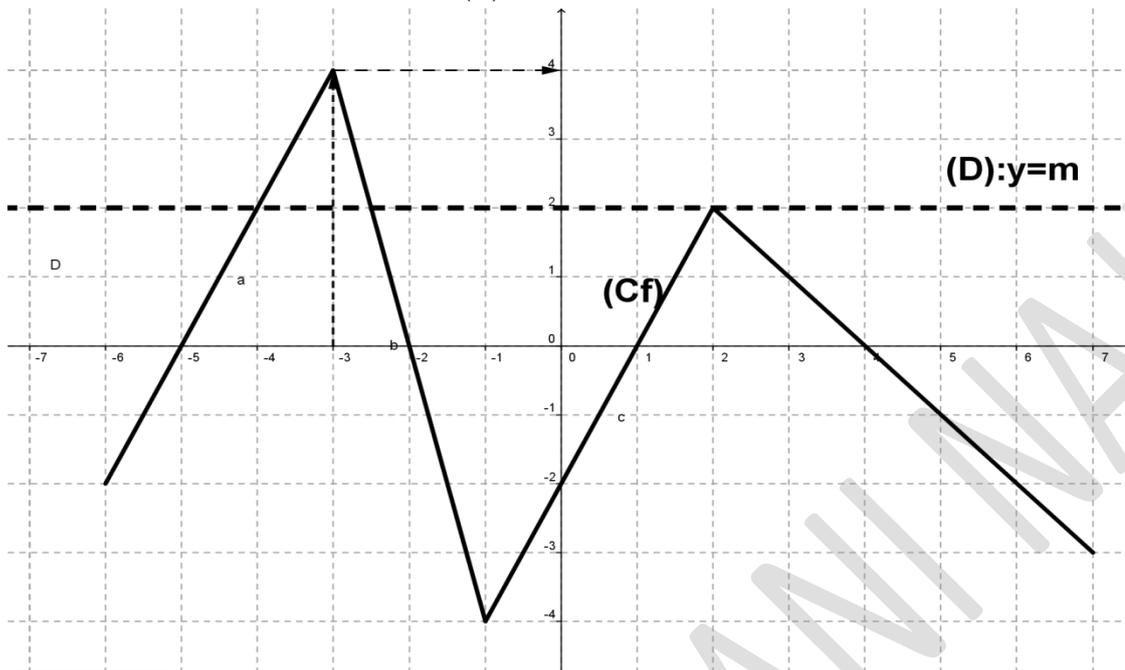
- 1) Quelles sont les images des réels -5, -3, 0 et 6 ?
- 2) Quels sont les antécédents de -1 et 0 ?

3) Résoudre graphiquement  $f(x) = 0$

4) Quel est en fonction de  $m$  le nombre de solutions de :  $f(x) = m$ .

5) Résoudre graphiquement  $f(x) < 0$

6) Résoudre graphiquement  $f(x) \geq 2$



**Exercice 8 :** (\*\*) Etudier la parité des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = 7 - x^2$       2)  $g(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$       3)  $h(x) = \sqrt{x-1}$       4)  $T(x) = |2-x| + |x+2|$

5)  $M(x) = (2+x)^2 - (2-x)^2$       6)  $N(x) = x + \frac{1}{x^2}$       7)  $g(x) = \frac{2 \sin x}{1 - \cos x}$

**Exercice 9 :** (\*\*\*) Soit la fonction numérique :  $f(x) = -4x^3 + \frac{1}{2x}$

1) Déterminer  $D_f$

2) Etudier la parité de  $f$

3) Montrer que :  $f(x) = \frac{f(x) - f(-x)}{2}$  pour tout  $x \in D_f$

4) Montrer que la fonction :  $g(x) = f(x) + 1$  est une fonction ni paire ni impaire,

**Exercice 10 :** (\*\*) Soit  $f$  une fonction tel que :  $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^2 + 2}$

1) Déterminer  $D_f$

2) Etudier la parité de la fonction  $f$

3) Montrer que : pour tout  $x \in \mathbb{R} : f(x) = 3 - \frac{7}{x^2 + 2}$

4) a) Etudier la monotonie de  $f$  sur l'intervalle  $[0; +\infty[$

b) En déduire les variations de  $f$  sur  $]-\infty; 0]$

5) Dresser le tableau de variation de  $f$

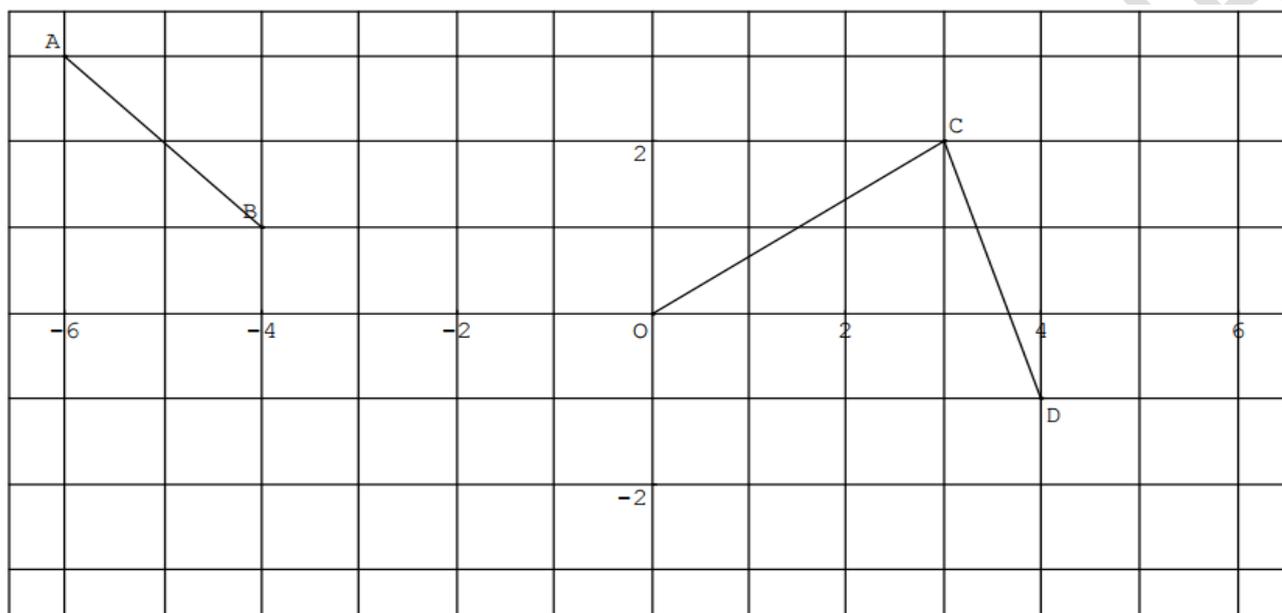
6) Déterminer les extrémums de  $f$

**Exercice 11 :** (\*\*) Soit  $f$  une fonction tel que :  $f(x) = 3x^2 + 2$

- 1) Déterminer  $D_f$
- 2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de  $f$  Entre  $x_1$  et  $x_2$  tel que :  $x_1 \neq x_2$
- 3) Etudier les variations de  $f$  sur les intervalles  $[0; +\infty[$  et  $]-\infty; 0]$
- 4) Dresser le tableau de variation de  $f$

**Exercice 12 :** (\*) La courbe  $(C_f)$  représentant la fonction  $f$  définie sur  $[-6 ; 6]$  est partiellement représentée ci-contre.

1) Sachant que  $f$  est impaire, compléter le tracé de  $(C_f)$  en justifiant la méthode.



2) Donner le tableau de variation de  $f$ .

**Exercice 13 :** (\*)  $f$  est une fonction admettant le tableau de variations suivant :

$x$	0	2	6	9	11
$f$	2	-1	4	-2	0

$\swarrow$        $\nearrow$        $\searrow$        $\nearrow$

Donner votre choix dans le tableau suivant :

		A	B	C	Votre choix
1	L'ensemble de définition de $f$ est :	$[-2; 4]$	$[0; 2] \cup [6; 9]$	$[0; 11]$	
2	Une de ces réponses vraie, laquelle	$f(0) = 2$	$f(2) = 0$	L'image de 0 par $f$ est égale à 11	
3	Une de ces réponses vraie, laquelle	$f(3) \leq f(4)$	$f(3) \geq f(4)$	On ne peut pas comparer $f(3)$ et $f(4)$	
4	$f$ admet pour minimum :	-1 sur $[6; 11]$	0 sur $[0; 11]$	-2 sur $[6; 11]$	
5	$f$ est	croissante sur l'intervalle $[2; 4]$	décroissante sur l'intervalle $[-2; 4]$	croissante sur l'intervalle $[0; 4]$	

**PROF: ATMANI NAJIB**

**Exercice 14 :** (\*\*\*) Soit  $g$  une fonction numérique tel que :  $g(x) = -x^2 + 4x - 1$

- 1) Préciser le domaine de définition de  $g$
- 2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de  $f$  entre  $x_1$  et  $x_2$  tel que :  $x_1 \neq x_2$
- 3) Etudier la monotonie de  $g$  sur :  $I = [2; +\infty[$  et sur  $J = ]-\infty; 2]$
- 4) Dresser le tableau de variation de  $g$
- 5) En déduire les extrémums de  $g$  sur  $\mathbb{R}$
- 6) Trouver les points d'intersection de la courbe  $(C_f)$  avec les axes du repère
- 7) Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x - 1$   
Tracer Les courbes représentatives de  $(C_f)$  et  $(C_g)$  dans le repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation :  $f(x) = g(x)$
- 9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ;  $g(x) > f(x)$
- 10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :  $x^2 - 4x + m + 1 = 0$   
avec :  $m \in \mathbb{R}$

**Exercice 15 :** (\*\*\*) Soit  $f$  une fonction tel que :  $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$

Et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) a) Montrer que :  $f(x) = 1 - \frac{1}{x-1}$  pour tout  $x \in D_f$
  - b) Montrer que  $(C_f)$  est une hyperbole et déterminer ces éléments caractéristiques et le tableau de variations de  $f$
  - c) Tracer la courbe  $(C_f)$
  - 2) Résoudre graphiquement l'inéquation :  $f(x) > 0$
  - 3) Soit  $g$  une fonction tel que :  $g(x) = x^2 - 2x + 3$ 
    - a) Montrer que la courbe  $(C_g)$  c'est une parabole et déterminer ces éléments caractéristiques et le tableau de variations de  $g$
    - b) Tracer la courbe  $(C_g)$  dans le même repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$
    - c) Résoudre graphiquement l'inéquation :  $\frac{g(x)}{f(x)} > 0$
- ( $\mu$  La solution de l'équation :  $g(x) = f(x)$  n'est pas demandé de la déterminer)

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.  
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*

