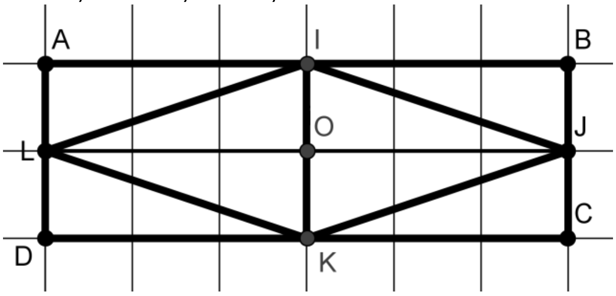
Tronc commun Sciences BIOF

Série N°2 : Les Transformations du plan

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) ABCD est un rectangle de centre O.
I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA].
AIOL, LOKD, IBJO, OJCK sont alors des rectangles et O le milieu des segments [LJ] et [IK].



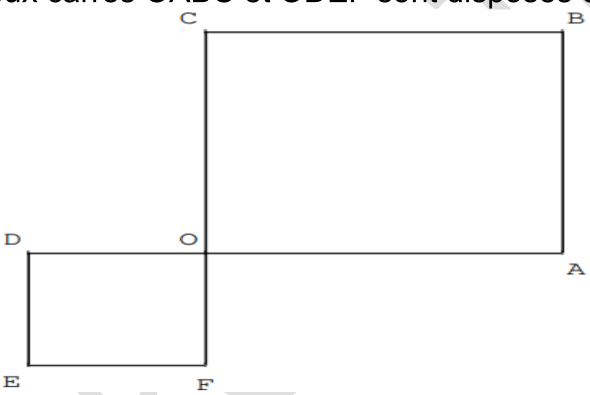
1) a) Quel est le transformé du triangle AIL par la symétrie d'axe (IK)?
   b) Quel est le transformé du triangle AIL par la symétrie de centre O ?
2) a) Montrer que : $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AO}$.
   b) Montrer que :$\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{LK}$.
   c) Quel est le transformé du triangle AIL par la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$?

Exercice 2 : (**) $ABCD$ Un rectangle de centre O et $S_{(BD)}$ est la Symétrie axiale d'axe (BD)

Les points : A' , C' les images respectives des points A , C par $S_{(BD)}$

Montrer que : $AA'CC'$ est aussi un rectangle

Exercice 3 : (**)
Deux carrés OABC et ODEF sont disposés comme l'indique la figure ci-dessous et $OA \neq OD$.



1) a) Démontrer que la droite (EB) est un axe de symétrie de la figure.
b) En déduire que : $\widehat{DCO} = \widehat{OAF}$
2)I est le milieu du segment [DC] et la droite (OI) coupe la droite (FA) en H.
a) Démontrer que le triangle DOI est isocèle.
b) Démontrer que $\widehat{HOA} = \widehat{CDO}$ (angles d'un triangle isocèle, angles opposés par le sommet).
3)En déduire, en utilisant les questions précédentes, que les droites (OI) et (AF) sont perpendiculaires.

Exercice 4 : (***) $ABCD$ un parallélogramme de centre O

Les points : I , J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$et $[CD]$

Les points : H , K sont les projections orthogonales respectives des points I , J sur la droite (BD).

Montrer que : $IHJK$ est un parallélogramme

Exercice 5 : (***) Soit $ABCD$ un trapèze tel que : $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB}$

Soit I le milieu du segment $[CD]$ et J un point tel que : $ACJD$ est un parallélogramme

On considère la translation $t_{\overrightarrow{AD}}$ de vecteur $\overrightarrow{AD}$

1) Déterminer les images des points A et C par la translation $t_{\overrightarrow{AD}}$

2) Montrer que : $t_{\overrightarrow{AD}}(B) = I$

3) En déduire que : $(IJ) \parallel (BC)$

Exercice 6 : (*) Écrire l'expression vectorielle suivante : $\overrightarrow{ON} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MO}$ en utilisant une homothétie

Exercice 7 : (**) Déterminer dans les cas suivants le rapport k de l'homothétie h de centre A et qui transforme B en C

1) $6\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ 2) $\overrightarrow{CA} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$ 3) $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Exercice 8 : (***) On considère deux points A et B et une homothétie h qui transforme A en C et laisse invariant le point B de sorte que : $\overrightarrow{CA} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$
Trouver le rapport k de cette homothétie

Exercice 9 : (***) Soit deux points A et B du plan et soit h une transformation du plan qui transforme chaque point M en M' tel que : $\overrightarrow{M'A} - 2\overrightarrow{M'B} - \overrightarrow{M'M} = \vec{0}$
1) Déterminer les points invariants par la transformation h
2)Montrer que : h est une homothétie et trouver le centre et le rapport k de cette homothétie

Exercice 10 : (***) Soit ABC un triangle et soient les points M et N tels que :
$\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $5\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{CN} = \vec{0}$

On considère l'homothétie h de centre A et de rapport $k = -\frac{1}{4}$

1) Montrer que : $h(B) = M$ et $h(C) = N$

2) Faite une figure
3) Montrer que : $BC = 4MN$
4) Montrer que : $(MN) \parallel (BC)$

Exercice 11 : (***) Soit ABC un triangle et $I \in [BC]$ tel que : $I \neq B$ et $I \neq C$

Et soit G le point tel que : $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AI}$

1) Faite une figure
2)On considère l'homothétie h de centre I et de rapport k tel que : $h(A) = G$

a) Montrer que le rapport de l'homothétie est $k = \frac{1}{4}$

b) Déterminer l'image de la droite (BC) par l'homothétie h. Justifier votre réponse.

c) Déterminer l'image de la droite (AC) par l'homothétie h.

Puis construire le point C' tel que : $h(C) = C'$

Exercice 12 : (***) ABC un triangle tel que : $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et m un paramètre réel

On considère une transformation T du plan qui transforme chaque point M en M' tel que :

$$\overrightarrow{MM'} = 3m\overrightarrow{MA} + \left(m + \frac{4}{3}\right)\overrightarrow{MB} - 4\left(m + \frac{1}{3}\right)\overrightarrow{MC}$$

1) Montrer que pour tout réel m on a T est une translation dont on déterminera son vecteur

2) Déterminer l'image de la droite (BC) par la translation T et en déduire l'image de la droite (AB) par T

Exercice 13 : (****) Soit ABC un triangle

On associe à chaque point M du segment $[BC]$ Le point M' tel que M le milieu du segment $[AM']$

1) Montrer qu'il existe une homothétie h tel que : $h(M) = M'$ pour tous point du segment $[BC]$

2) En déduire l'ensemble (E) des points M' lorsque M varie sur le segment $[BC]$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien