Tronc commun Sciences BIOF

Série N°3 : FONCTIONS – *Généralités*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)=3x^2-1$

1) Calculer les images de 1 ; $\sqrt{2}$ et -1 par f.
2) Déterminer les antécédents éventuels de 2 par f

Exercice 2 : (*) (**) (***)

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{2x+|x|}{x+3}-\dfrac{7x^2-5}{x-3}$ 2) $f(x)=\dfrac{-x+8}{4x^2-9}$ 3) $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x^3-5x}$ 4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-1}$.

5) $f(x)=\dfrac{|2x-5|}{|x|-2}$. 6) $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$. 7) $f(x)=\sqrt{-2x(x-2)(x^2-8x+16)}$

8) $f(x)=\sqrt{2|x|-3}$. 9) $f(x)=\dfrac{2x-1}{|x|+x}$ 10) $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x-2\sqrt{x}-15}$

11) $f(x)=\dfrac{2\sin x}{\tan x-\sqrt{3}}$ 12) $f(x)=\dfrac{2x^2-2}{(3|x-5|-2|4-3x|)\sqrt{x+1}}$

Exercice 3 : (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+x+m}$ avec $m\in\mathbb{R}$

1) Déterminer les valeurs de m pour que $D_f=\mathbb{R}$

2) Soit g la fonction numérique tel que : $g(x)=\dfrac{1}{x+2}$

Déterminer les valeurs de m pour que on a : $f(x)=g(x)$ pour tout $x\in\{-2;1\}$

Exercice 4 : (**) Etudier la parité des fonctions suivantes définie par :1) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$.

2) $f(x)=x^2+2x+\dfrac{1}{x}$ 3) $f(x)=\dfrac{|x|}{x^2-1}$ 4) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 5) $f(x)=\dfrac{2x^3}{x^2+5}$.

6) $f(x)=|x|-\sqrt{2x^2+4}$. 7) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{2}$ 8) $f(x)=\dfrac{x}{x-2}$ 9) $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x}$

Exercice 5 : (***) Soit la fonction f définie par: $f(x)=\dfrac{1}{2}(|x+2|-|x-2|)$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f
3) Simplifier l'écriture de f dans les intervalles $I=[0;2]$ et $J=[2;+\infty[$
4) Dresser son tableau de variation sur D_f
5) Soit (C_f) la courbe de f .

a) Est ce que les points $A(2;2)$; $B(1;2)$; $c(3;5)$ et $D(3;2)$ appartiennent à la courbe (C_f)

b) Tracer la courbe (C_f) dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Exercice 6 : (*) (**) Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^2+x$

Démontrer que : $f(x)\leq\dfrac{1}{4}$ pour tous $x\in\mathbb{R}$

Exercice 7 : (*) (**)

On donne ci-dessous le tableau de variations de la fonction f .

x	-4		0		2		3
f	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	5

Indiquer si les propositions suivantes sont vraies, fausses ou si on ne peut pas répondre.

1) $f(-2) \le f(-2,5)$

2) $f(-3) = -4$

3) 2est un antécédent de 0 par f

4) Il existe un nombre réel de l'intervalle [0;3] qui a pour image 0 par f

5) Tous les réels de l'intervalle [0;3] ont une image par f positive

6) Il existe un réel de l'intervalle [−3;3] qui a une image strictement négative par f

Exercice 8 : (*) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = 5x^2 + 3$

Montrer que $f(0) = 3$ est un minimum de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 9 : (*) Soit g une fonction numérique tel que : $g(x) = -4x^2 + 1$

Montrer que $g(0) = 1$ est un maximum de g sur $\mathbb{R}$

Exercice 10 : (*) (**) Soit f une fonction tel que : $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3}{x^2 + 1}$

1) Déterminer D_f

2) Etudier la parité de la fonction f

3) Montrer que : pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = 2 - \dfrac{5}{x^2 + 1}$

4) a) Etudier la monotonie de f sur l'intervalles $[0;+\infty[$

b) En déduire les variations de f sur $]-\infty;0]$

5) Dresser le tableau de variation de f

6) Déterminer les extrémums de f

Exercice 11 : (*) (**)

Soit f une fonction numérique tel que : $f(x) = x^2 + 2x + 1$

1) Préciser le domaine de définition de f

2) Soient $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tel que : $x_1 \ne x_2$ Montrer que : $T(x_1;x_2) = \dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = x_1 + x_2 + 2$

3) a) Montrer que f est strictement croissante sur $[-1;+\infty[$

b) Montrer que f strictement décroissante sur $]-\infty;-1]$

4) Dresser le tableau de variation de f

5) a) En déduire que : pour tout $x \in \mathbb{R}$ On a : $0 \le f(x)$

b) En déduire que : pour tout $x \in [-1;3]$ On a : $0 \le f(x) \le 16$

c) En déduire que : pour tout $x \in [-5;-2]$ On a : $1 \le f(x) \le 16$

6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7)Soit g la fonction définie sur R par : $g(x) = x + 3$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)<f(x)$

10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation: $-x^2-2x+m-1=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 12 : (*) (***)

Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x^2-4x+3$

1)Déterminer D_f et déterminer α et β tel que : $f(x)=2(x+\alpha)^2+\beta$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

2) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques

3) Déterminer le Tableau de variations de f

4) Soit g la fonction numérique tel que : $g(x)=x^2-|x(x-2)|-2x+3$

a) Déterminer D_g et écrire $g(x)$ sans le symbole de la valeur absolue

5)Tracer la courbe représentative de (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $x^2-|x(x-2)|-2x+1=0$

Exercice 13 : (**) **Soit** g une fonction tel que : $g(x)=\frac{x}{x+1}$.

1) Déterminer D_g .

2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de g entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$.

3) Etudier les variations de g sur les intervalles $I=]-\infty;-1[$ et $J=]-1;+\infty[$.

4) Dresser son tableau de variation de f.

5) En déduire une comparaison des nombres : $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ et $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Exercice 14 : (***) Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{-x+3}{x+1}$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer D_f

2) Montrer que : $f(x)=-1+\frac{4}{x+1}$ pour tout $x\in D_f$

3) a) Montrer que (C_f) est une hyperbole et déterminer son centre et ses asymptotes

b) Déterminer le tableau de variations de f et tracer la courbe (C_f)

4) Soit g une fonction tel que : $g(x)=\frac{-|x|+3}{|x|+1}$ a) Déterminer D_g

b) Etudier la parité de g

c) Tracer (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

d) Déterminer le tableau de variations de g

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien