Tronc commun Sciences BIOF

# Série N°3 : PRODUIT SCALAIRE

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/ )

**Exercice1** : (*) Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = 3$ et $\|\vec{v}\| = 2\sqrt{2}$ et $(\vec{u};\vec{v}) = \frac{\pi}{4}$

Calculer : $\vec{u}.\vec{v}$

**Exercice2** : (*) Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = 3$ et $\|\vec{v}\| = \frac{1}{2}$ et $(\vec{u};\vec{v}) = \frac{2\pi}{3}$

Calculer : $\vec{u}.\vec{v}$

**Exercice3** : (**) Soit un triangle équilatéral ABC de côté *a*.

Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

**Exercice4** : (**) Déterminer, si possible, une mesure de l'angle $(\vec{u};\vec{v})$ (ou une approximation, si c'est possible) dans les cas suivants :

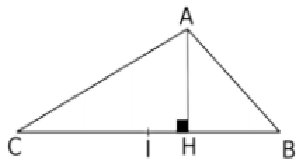
a) $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u}.\vec{v} = -6$

b) $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = \sqrt{3}$ et $\vec{u}.\vec{v} = -3$

c) $\|\vec{u}\| = 3\sqrt{2}$ et $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u}.\vec{v} = -6$

d) $\|\vec{u}\| = 3$ et $\|\vec{v}\| = 7$ et $\vec{u}.\vec{v} = 14$

**Exercice5** : (*) Considérons un triangle ABC tels que : BC = 6, I est le milieu de [BC]
et H le projeté orthogonal de A sur (BC). On a H ∈ [BI] et IH = 1.
Calculer : 1) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$ 2) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{CA}$




**Exercice6** : (**) ABCD est un rectangle de centre O tel que AB=8 et AD=5

1) Calculer les produits scalaires suivants :a) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}$ b) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DC}$ c) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$

2) On désigne par $\alpha$ une mesure de l'angle $\widehat{AOB}$
Calculer $\cos\alpha$ puis en déduire une valeur approchée par défaut à 1 degré près de $\alpha$

3) H et K sont les projetés orthogonaux respectifs de B et D sur (AC). Calculer AK et HK

4)a) Donner la valeur exacte de $\tan \widehat{HDK}$

b) En déduire une valeur approchée à 1 degré près de $\widehat{HDK}$

**Exercice7** : (**) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs de même norme.

Démontrer que les vecteurs : $\vec{u}+\vec{v}$ et $\vec{u}-\vec{v}$ sont deux vecteurs orthogonaux

**Exercice8** : (**) ABCD est un carré de côté c.

Les points E et F sont définis par : $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

Montrer que les droites (AF) et (BE) sont perpendiculaires.

**Exercice9** : (**) Considérons un triangle ABC tels que : $\widehat{BAC} = \frac{2\pi}{3}$ et $AC = 2$ et $AB = \sqrt{3}-1$

1) a) Montrer que : $BC = \sqrt{6}$

b) Montrer que : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} = 3-\sqrt{3}$

2)Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).
Calculer : $BH$

**Exercice10** : (*) ABC est un triangle tel que AB=2 ; BC=6 et AC=5 et I est le milieu de [BC].
Calculer la longueur AI.

**Exercice11** : (***) Soit ABC un triangle tel que et $AB=3$ et $BC=4\sqrt{3}$ et $ABC=\frac{\pi}{6}$

$I$ le milieu du segment $[BC]$

1) Calculer $AC$

2) Montrer que $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=18$

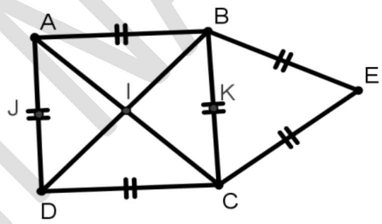
3) Montrer que $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

4) Calculer : $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AB}$ et en déduire la nature du triangle $AIB$

**Exercice12** : (***) Soit $ABCD$ un carré de centre $I$ et $a$ la longueur de son côté ; on construit à l'extérieur un triangle équilatérale $BCE$ (voir figure)

1) Soit $J$ le milieu du segment $[AD]$ et $K$ le milieu du segment $[BC]$

Calculer $\overrightarrow{IJ}\bullet\overrightarrow{IC}$ en fonction de $a$




2) a) Montrer que : $\overrightarrow{IB}\bullet\overrightarrow{IE}=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

b) En déduire que : $\overrightarrow{BI}\bullet\overrightarrow{BE}=\left(\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)a^2$

3) En utilisant les résultats de la question b) montrer que $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ :

Et en déduire : $\sin\frac{7\pi}{12}$ et $\tan\frac{7\pi}{12}$

**Exercice13** : (****) Soit $A$ et $B$ deux points dans le plan tel que : $AB=5$

Et soit $I$ le point du segment $[AB]$ tel que : $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$

1) Montrer que : $4\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

2) Calculer les distances : $IA$ et $IB$

3) Montrer que : quel que soit $M$ un point du plan on a : $4MA^2+MB^2=5MI^2+17$

4) Déterminer $(C)$ l'ensemble des points $M$ du plan tel que : $4MA^2+MB^2=37$

*C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.*
*C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien*