Tronc commun Sciences BIOF

Série N°4 : FONCTIONS – *Généralités*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) (**) (***) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{x^4-2025}{6x^2-x-1}$ 2) $f(x)=\dfrac{2x-21}{2x-3\sqrt{x}-2}$ 3) $f(x)=\sqrt{(x+2)(3x-1)(2x+5)}$

4) $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x-1}-1}{3x^2+6x+5}$ 5) $f(x)=\sqrt{|x+1|-1}$ 6) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x}}$

7) $f(x)=(x-2)\sqrt{x^4-7x^2+12}$ 8) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x+6}{x^2-4x-96}}$

9) $f(x)=\sqrt{6x^3+25x^2+21x-10}$ 10) $f(x)=\sqrt{\dfrac{5(7x+5-6x^2)}{-3(1-x)^2}}$

11) $f(x)=\dfrac{2\sin^2 x}{\sin(2x)-\cos(3x)}$

Exercice 2 : (*) (**) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$

1) Déterminer D_f 2) Démontrer que : $f(x)\leq 1$ sur $\mathbb{R}$ 3) Démontrer que : $0<f(x)$

Exercice 3 : (**) Soit la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{2x+2}\times\sqrt{3-x}$

1)a) Déterminer D_f b) Calculer : $f(0)$; $f(-1)$

c) Déterminer les antécédents de 0 et $\sqrt{6}$ par f (s'ils existent)

4) On considère la fonction g définie par : $g(x)=\sqrt{-2x^2+4x+6}$ Montrer que : $f=g$

Exercice 4 : (***) Tracer la représentation graphique de la fonction f tel que : $f(x)=|x-2|+|x+2|$

Exercice 5 : (**) Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par f(x) = x² – 2x – 5 et g(x) = -x – 3.
Étudier les positions de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives respectives de f et g

Exercice 6 : (***) soit la fonction f définie par : $f(x)=-\dfrac{1}{2}(|2x+3|+|2x-3|)$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) a)Etudier la parité de la fonction f et en déduire le domaine d'étude de f
b) Donner une interprétation graphique

3) Simplifier l'écriture de f dans les intervalles $I=\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$ et $J=\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right[$

4) Calculer : $f(0)$; $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$; $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)$; $f(-3)$ et $f(3)$

5) Dresser son tableau de variation sur D_f

6) Tracer la courbe (C_f) dans un repère $(0;\vec{i};\vec{j})$ orthonormé

Exercice 7 : (*) 1) Etudier la parité de la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-4}$

2) Etudier la monotonie de la fonction g définie par : $g(x)=\dfrac{-3}{x}+1$ sur $I=]0;+\infty[$

Exercice 8 : (**) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-4x^2+4x+5$

1)a) Montrer que $f(x)=6-(2x-1)^2$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

b) Montrer que $f(x)\leq 6$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

2) Calculer : $f\left(\frac{1}{2}\right)$ et en déduire les extrémums de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 9 : (**) Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=-x^2+3x+4$

1) Déterminer les nombres réels α et β tels que : $g(x)=-(x+\alpha)^2+\beta$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

2) Montrer que g admet une valeur maximale sur : $\mathbb{R}$ qu'il faut déterminer

Exercice 10 : (*) (**) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+6x-2$

1) Préciser le domaine de définition de f

2) Soient $x_1\in\mathbb{R}$ et $x_2\in\mathbb{R}$ tel que : $x_1\neq x_2$ Montrer que : $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=x_1+x_2+6$

3) a) Montrer que f est strictement croissante sur : $I=[-3;+\infty[$

b) Montrer que f strictement décroissante sur : $J=]-\infty;-3]$

4) Dresser le tableau de variation de f

5) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $-11\leq f(x)$

b) En déduire que : pour tout $x\in[-2;2]$ On a : $-10\leq f(x)\leq 14$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-6;-4]$ On a : $-10\leq f(x)\leq -2$

Exercice 11 : (*) (**) **Partie A** : Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x^2+4x-2$

(C_f) Sa courbe représentative

1) Déterminer D_f

2) Ecrire $f(x)$ sous la forme $f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$ (déterminer $a;\alpha$ et β)

3) En déduire la nature de (C_f) et ses éléments caractéristiques

4) Dresser le Tableau de variations de f

5) Tracer la courbe représentative (C_f) dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

Partie B : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=\frac{2x-1}{x-1}$ (C_g) Sa courbe représentative

1) Déterminer D_g

2) Ecrire $g(x)$ sous la forme : $g(x)=\beta+\frac{k}{x+\alpha}$ (déterminer α et β et k)

3) En déduire la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques

4) Dresser le Tableau de variations de f

5) Tracer la courbe représentative (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

6) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)<g(x)$

(On admet que (C_g) coupe (C_f) en 3 points d'abscisse : $-2,7$; $0,5$; $1,3$

Exercice 12 : (***) Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{x}{x-1}$

(C_f) Sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer D_f

2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que $x_1 \neq x_2$

3) Dresser son tableau de variation de f

4) Montrer que : $f(x)=1+\frac{1}{x-1}$ Pour tout $x \in D_f$

5) Montrer que (C_f) est une hyperbole et déterminer son centre et ses asymptotes

6) Tracer la courbe (C_f)

7) Soit g une fonction tel que : $g(x)=\frac{x}{|x|-1}$

a) Déterminer D_g

b) Montrer que : g est impaire

c) Montrer que : $g(x)=f(x)$ Pour tout $x \in D_f \cap \mathbb{R}^+$

d) En déduire une méthode pour tracer la courbe (C_g) de fonction g et tracer (C_f) et (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

e) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $x-m|x|+m=0$ avec : $m \in \mathbb{R}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien