Tronc commun Sciences BIOF

Série N°4 : PRODUIT SCALAIRE

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (**) Soit ABC un triangle tel que : $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$; $AB = 6$ et $AC = 4$

Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$

Exercice 2 : (**) Soit ABC un triangle tel que : $\widehat{BAC} = \frac{3\pi}{4}$; $AB = 5$ et $AC = 3$

Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AC}$

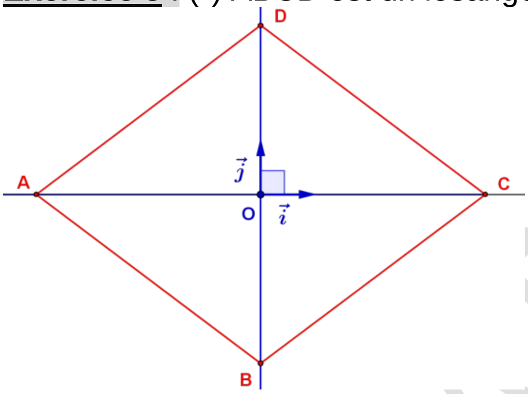
Exercice 3 : (**) Soit ABC un triangle tel que AB = 9, AC = 4 et $\widehat{BAC} = 60^{\circ}$

Calculer BC et déterminer une mesure approchée des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$

Exercice 4 : (**) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\left\|\vec{u}\right\| = 6$ et $\vec{u}.\vec{v} = -9$ et $\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \frac{4\pi}{3}$

Déterminer : $\left\|\vec{v}\right\|$

Exercice 5 : (*) ABCD est un losange de centre O tel que OA=4 et OD = 3.



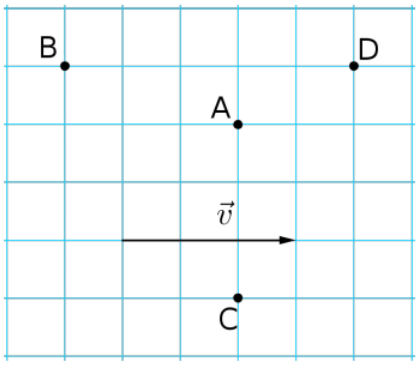
Calculer les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}$ 2) $\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{BC}$

3) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC}$ 4) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BD}$

Exercice 6 : (**)

On considère la figure ci-contre, dont le quadrillage est composé de carrés de côté 1.



Calculer les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{AD}.\vec{v}$ 2) $\overrightarrow{CA}.\vec{v}$ 3) $\overrightarrow{AB}.\vec{v}$ 4) $\overrightarrow{DB}.\vec{v}$ 5) $\overrightarrow{BD}.\overrightarrow{CA}$ 6) $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BD}$

Exercice 7 : (**) Soit un triangle équilatéral ABC de côté a et H est le projeté orthogonal de A sur (BC) et O le centre du cercle circonscrit à ABC.

Exprimer en fonction de a les produits scalaires suivants :

a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB}$ c) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$ d) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$

Exercice 8 : (**) Soit ABC un triangle tels que : $AB=\sqrt{7}$ et $AC=8$ et $BC=2$
En appliquant la propriété suivante :

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs alors on a : $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$ et $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)$

Calculer : $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

Exercice 9 : (*) Soit ABM un triangle tel que : $AM=3cm$
Et $BM=4cm$ et $AB=4cm$
I le milieu du segment [AB]. Et J le milieu de $[AM]$
Et K le milieu du segment $[BM]$
Calculer : MI et AK et BJ

Exercice10 : (**) Soit ABC un triangle tel que et $AB=2\sqrt{3}$ et $AC=1$ et $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-3$
1) Déterminer une mesure de l'angle BAC
2) Soit I le milieu du segment $[BC]$
a) Calculer BC
b) En déduire la distance AI

Exercice11 : (**) Soit ABC un triangle. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et BC dans chacun des cas suivants :
1) AB=6 cm, AC=5 cm et $BAC=60^\circ$
2) AB=7 cm, AC=4 cm et $BAC=120^\circ$

Exercice12 : (***) Soit ABC un triangle tel que $AB=1$ Et $BC=AC=\sqrt{2}$
I Le milieu du segment $[AB]$ et D un point tel que : $\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$
1) Calculer CI
2) Calculer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Montrer que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AI}$
4) En déduire que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}$ et en déduire $\cos BAC$
5) Calculer : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ et en déduire la nature du triangle BAD
6) Soit le point M tel que : $-3\overrightarrow{MA}+7\overrightarrow{MC}=\vec{0}$
a) Calculer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$ et calculer $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$
b) Montrer que $(MD)\perp(AC)$

Exercice13 : (**) A et B sont deux points tels que AB = 6. I est le milieu du segment [AB].
On appelle ($\mathcal{E}$). L'ensemble des points M du plan tels que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=27$
a) Soit C le symétrique de I par rapport à A. Montrer que C appartient à ($\mathcal{E}$).
b) Montrer que : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=MI^2-9$
c) Déterminer l'ensemble ($\mathcal{E}$).

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien