Tronc commun Sciences BIOF

Série N°4 : TRIGONOMÉTRIE1

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) 1) Donner la mesure en radians de l'angle de mesure 150°.

2) Donner la mesure en degrés de l'angle de mesure $\frac{5\pi}{2}$ rad.

Exercice2 : (*) 1) Déterminer l'abscisse curviligne principale de chacune des abscisses suivantes :1) 2025π 2) $\frac{19\pi}{6}$ 3) $-\frac{2023\pi}{3}$

2) Placer sur le cercle trigonométrique les points :

$A(0)$; $B\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $C(2025\pi)$; $D\left(\frac{19\pi}{6}\right)$; $E\left(-\frac{2023\pi}{3}\right)$

Exercice3 : (**) Placer sur un cercle trigonométrique d'origine I Les points d'abscisses curvilignes : $k\frac{\pi}{2}$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Exercice4 : (**) ABC est un triangle dans le plan tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\alpha+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$

Calculer en fonction de α les mesures des angles suivants :

$\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}\right)$; $\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{AC}\right)$; $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{BA}\right)$; $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{AB}\right)$

Exercice5 : (**) 1) Sachant que : $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{3}$ et $\frac{\pi}{2}<x<\pi$; calculer : $\cos x$ et $\tan x$

2) Sachant que : $-\pi<x<-\frac{\pi}{2}$ et $\tan x=2\sqrt{3}$; calculer : $\cos x$ et $\sin x$

3) Sachant que : $\cos x>\sin x>0$ et ; calculer : $\cos x+\sin x$ et $\cos x-\sin x$
Et en déduire $\cos x$ et $\sin x$

Exercice6 : (**) 1) Montrer que quelque soient les réels x et y on a :

$\cos^2 x\cos^2 y-\sin^2 x\sin^2 y=\cos^2 x-\sin^2 y$

2) sachant que : $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)=\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$

Calculer : $\cos^2\frac{\pi}{10}\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{10}\sin^2\frac{\pi}{8}$

Exercice7 : (**) Simplifier les expressions suivantes : $A=\sin(\pi+x)-\cos(\pi-x)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$

$B=\sin(6\pi+x)-\cos(3\pi-x)+\sin\left(-\frac{\pi}{2}-x\right)-\cos\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)$

$C=\sin(x-7\pi)-\cos\left(\frac{5\pi}{2}+x\right)+\sin(x+11\pi)+\cos\left(\frac{-3\pi}{2}-x\right)$

Exercice8 : (**) Simplifier et calculer les expressions suivantes :

$A=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)+\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)+\sin(\pi)$

$B=\sin\left(\frac{11\pi}{30}\right)-\sin\left(\frac{19\pi}{30}\right)+\sin\left(\frac{11\pi}{60}\right)-\cos\left(\frac{19\pi}{60}\right)+\cos\left(\frac{11\pi}{60}\right)-\sin\left(\frac{19\pi}{60}\right)$

$$C=\cos\left(\frac{\pi}{14}\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{14}\right)+\cos\left(\frac{5\pi}{14}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{14}\right)+\cos\left(\frac{9\pi}{14}\right)+\cos\left(\frac{11\pi}{14}\right)+\cos\left(\frac{13\pi}{14}\right)$$

Exercice9 : (***) Sachant que $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)=\sqrt{2}-1$

1) Montrer que : $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$.

2) Calculer la valeur de : $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

3) En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{7\pi}{8}\right)$ et $\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)$.

Exercice10 : (**) Soit x un réel ; On pose : $B=8\left(\cos^6 x+\sin^6 x\right)-12\left(\cos^4 x+\sin^4 x\right)$

1) Montrer que : si $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$ alors : $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ et que : $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

2) En déduire que : $B=-4$

Exercice11 : (***) Soit x un réel tel que $\cos x\neq 0$

Montrer les égalités suivantes :1) $\tan^2 x-\sin^2 x=\tan^2 x\times\sin^2 x$ 2) $\cos^2 x=\frac{1}{1+\tan^2 x}$

3) $\sin^2 x=\frac{\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$ 4) $\frac{\sin^2 x-\sin^4 x}{\cos^2 x-\cos^4 x}=1$ 5) $\frac{\cos^3 x-\sin^3 x}{\cos x-\sin x}+\frac{\cos^3 x+\sin^3 x}{\cos x+\sin x}=2$

6) $(1+\sin x+\cos x)^2=2(1+\sin x)(1+\cos x)$

Exercice12 : (**) Soit ABC un triangle tel que : $ACB=\frac{\pi}{3}$ et $ABC=\frac{\pi}{4}$ et $BC=2\left(\sqrt{3}+1\right)cm$

Montrer que la surface du triangle ABC est $S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}{\sin\frac{7\pi}{12}}cm^2$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB