Tronc commun Sciences BIOF

Série N°5 : FONCTIONS – *Généralités*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) (**) (***) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{7x-3}{2x^2-3x+\dfrac{9}{8}}$ 2) $f(x)=\dfrac{x^2}{4x^2+2\left(\sqrt{2}-1\right)x-\sqrt{2}}$ 3) $f(x)=\dfrac{-2\sqrt{3-4x}+6}{2x^2-3x+1}$

4) $f(x)=\dfrac{x-\sqrt{1-3x}}{2|x-1|-|x+5|}$ 5) $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x+8}{x+1}}$ 6) $f(x)=\sqrt{\dfrac{-x-5}{x+2}}$

7) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-1}{x(2x-1)}}$ 8) $f(x)=\sqrt{x^2-4}+\sqrt{2x}$

Exercice 2 : (*) (**) Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^3}{|x+2|-|x-2|}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la parité de la fonction f
3) Donner une interprétation graphique

Exercice 3 : (*) (**) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{2x^2+7x+7}{x^2+3x+3}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que : $f(x)\geq 1$ si $x\in\mathbb{R}$

3) Démontrer que $f(x)\leq\dfrac{7}{3}$.Conclure

Exercice 4 : (*) (**) Soit f une fonction tel que : $f(x)=\dfrac{-2x^2-3}{x^2+4}$

1) Déterminer D_f

2) Etudier la parité de la fonction f

3) Montrer que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ $f(x)=-2+\dfrac{5}{x^2+4}$

4) a) Etudier la monotonie de f sur l'intervalles $[0;+\infty[$

b) En déduire les variations de f sur $]-\infty;0]$

5) Dresser le tableau de variation de f
6) Déterminer les extrémums de f

Exercice 5 : (**) (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2+4x+3$

1) Préciser le domaine de définition de f
2) Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\neq x_2$
3) Etudier la monotonie de f sur : $I=[2;+\infty[$ et sur $J=]-\infty;2]$
4) Dresser le tableau de variation de f
5) En déduire les extrémums de f sur $\mathbb{R}$
6) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère
7) Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=2x$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9)Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $f(x)>g(x)$

Exercice 6 : (*) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=5x^2+3$

Montrer que f admet un minimum absolu sur $\mathbb{R}$ que l'on déterminera

Exercice 7 : (**) Soit f une fonction numérique tq : $f(x)=-x^2+4x-3$

Montrer que 1 est le maximum absolu de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 8 : (*) Du tableau de variation

x	-5		-2		2		5
$f(x)$	5	$\searrow$	$0,5$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2

Déduire les extrémums de f

Exercice 9 : (***) Soit f une fonction tel que : $f(x)=x+\frac{1}{x}$

1) Déterminer D_f et étudier la parité de f

2) Calculer Le taux d'accroissement $T(x_1;x_2)$ de f entre x_1 et x_2 deux éléments de D_f

Tel que : $x_1 \neq x_2$

3) Étudier les variations de f sur $I=]0;1]$ puis sur $J=[1;+\infty[$

4) En déduire les variations de f sur D_f

5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f

Exercice 10 : (**) (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=2x^2-4x+7$

1) Déterminer D_f et déterminer α et β tel que : $f(x)=2(x+\alpha)^2+\beta$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

2) Déterminer les éléments caractéristiques de (C_f)

3) Déterminer le Tableau de variations de f

4) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)>0$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[1;\frac{3}{2}\right]$ On a : $5\leq f(x)\leq\frac{11}{2}$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-1;0]$ On a : $7\leq f(x)\leq 13$

6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7)Tracer la courbe représentative de (C_f) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 11 : (**) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{2x+1}{x-1}$

(C_f) Sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer D_f 2) Ecrire $f(x)$ sous la forme : $f(x)=\beta+\frac{k}{x+\alpha}$ (déterminer α et β et k)

3) En déduire la nature de (C_f) et ses éléments caractéristiques

4) Dresser le Tableau de variations de f

5) Tracer la courbe représentative (C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 12 : (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x|x|-2x+2$

1)a) Montrer que $f(x)=(x-1)^2+1$ pour tout $x\in\mathbb{R}^+$

b) Montrer que $f(x)=-(x+1)^2+3$ pour tout $x\in\mathbb{R}^-$

2) Tracer la courbe représentative (C_f) de f dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

3) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :
$-x|x|+2x-2+m=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

4) Résoudre graphiquement l'inéquation : $1\le f(x)\le 3$.

Exercice 13 : (***) On considère les fonctions : $f(x)=x^2-2x+1$ et $g(x)=\dfrac{3x-3}{x+1}$ et (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f et g

2) a) Vérifier que : $f(x)=(x-1)^2$ si $x\in D_f$

b) Vérifier que : $g(x)=3-\dfrac{6}{x+1}$ si $x\in D_g$

3)a) Donner la nature de la courbe de f et ces éléments caractéristique
b) Dresser le tableau de variation de f
4)a) Donner la nature de la courbe de g et ces éléments caractéristique
b) Dresser le tableau de variation de g
5)Déterminer les points d'intersection de (C_f) avec les axes du repère

6)Déterminer les points d'intersection de (C_g) avec les axes du repère

7)Tracer les courbes (C_f) et (C_g) dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

8) Déterminer algébriquement les points d'intersection de (C_f) et (C_g)

9)Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\ge g(x)$

10)Soit h la fonction définie par : $h(x)=\dfrac{3|x|-3}{|x|+1}$

a) Déterminer l'ensemble de définition D_h
b) Montrer que la fonction h est paire
c)Vérifier que $h(x)=g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}^+$

11)Tracer la courbes (C_h) de h dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

12)Soit K la fonction définie par : $K(x)=|f(x)|$

a) Tracer la courbes (C_K) de K dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

b) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de

L'équation $K(x)=m$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien