Tronc commun Sciences BIOF

Série N°5 : PRODUIT SCALAIRE

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = 2\sqrt{2}$ et $\|\vec{v}\| = \frac{1}{4}$ et $\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \frac{5\pi}{4}$

Calculer : $\vec{u}.\vec{v}$

Exercice 2 : (**) Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\| = 2$ et $\vec{u}.\vec{v} = -7$ et $\left(\vec{u};\vec{v}\right) = \frac{\pi}{6}$

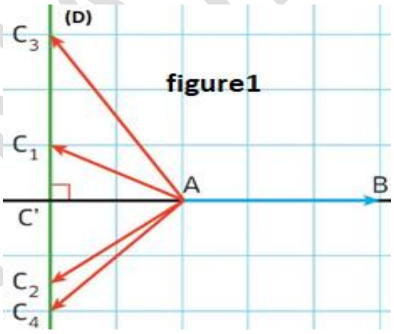
Déterminer : $\|\vec{v}\|$

Exercice 3 : (**) Soit A, B et C' ; trois points alignés tels que :
$AB = 3cm$ et $AC' = 2cm$

(D) est la droite perpendiculaire à (AB) passant par C'. (Figure 1)

1) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC_1}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC_2}$

2) Soit C un point de (D) ; Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

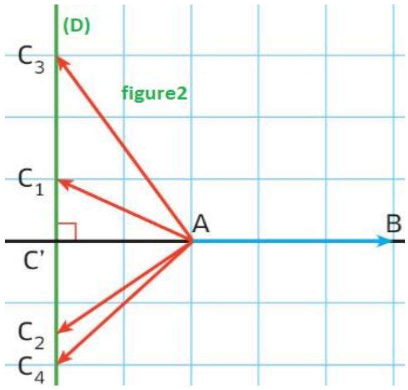


Exercice 4 : (**) Soit A, B et C' ; trois points alignés tels que :
$AB = 3cm$ et $AC' = 2cm$

(D) est la droite perpendiculaire à (AB) passant par C'. (Figure 2)

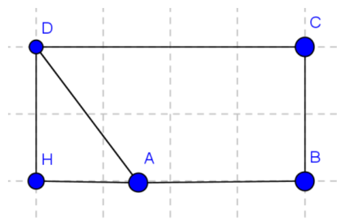
1) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC_1}$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC_2}$

2) Soit C un point de (D). Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$



Exercice 5 : (**) Soit HBCD un rectangle : $AB = 3cm$; $AD = 2cm$; $BC = \sqrt{2}cm$

1) Calculer AH 2) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ 3) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$



Exercice 6 : (**), ABCD est un losange dont les diagonales mesurent :
AC=12 et BD=6

Calculer le produit scalaire : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$

Exercice 7 : (**) Soit ABC un triangle tel que : $AB = 9$ et $AC = 6$ et $BC = 8$

En appliquant la propriété suivante :

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs alors on a : $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$ et $\vec{u}.\vec{v} = \frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$

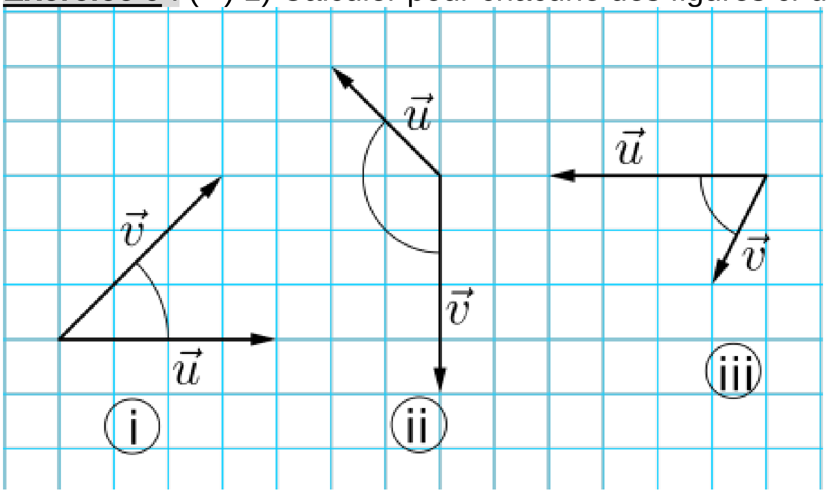
1)Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

2)Calculer : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$

3)Calculer : $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$

Exercice 8 : (**) On considère un triangle ABC tel que AB=11, AC=13 et BC=16
Déterminer une mesure en degré des trois angles de ce triangle (arrondir à 0,1 degré près)

Exercice 9 : (**) 1) Calculer pour chacune des figures ci-dessous :



a) Les normes : $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$

b) Le produit scalaire : $\vec{u}.\vec{v}$

2)Déduis-en la valeur de l'angle géométrique formé par ces deux vecteurs.

Exercice 10 : (**) Soit ABC un triangle tel que et $BC = 4cm$
$AC = 6cm$ et $AB = 3cm$ et I le milieu du segment $[BC]$

Calculer : AI

Exercice 11 : (**) Soit $EFGH$ un parallélogramme tel que et $EF = 3$ et $EH = 5$ et $FEH = \frac{3\pi}{4}$

Calculer la Surface du triangle EFH et la Surface du parallélogramme $EFGH$

Exercice 12 : (**) Soit ABC un triangle isocèle en A tel que et $AB = 5$ et $BC = 6$

Soit I le milieu du segment $[BC]$

1) Calculer $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IC}$

2) Soit K la projection orthogonale du point C sur la droite (AB)

Calculer : BK

Exercice13 : (***) Soit ABC un triangle tel que et $AB = 2\sqrt{2}$ et $AC = 3$ et $BAC = \frac{\pi}{4}$

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

b) En déduire la distance BC

2) Soit I le milieu du segment $[BC]$

Calculer la distance AI

3) Soit J le milieu du segment $[AB]$; Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AJ}$

4) Soit K tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Montrer que les droites : (IJ) et (BK) sont perpendiculaires

Exercice 14 : (***) Soit $ABCD$ un quadrilatère tel que : $AB = AD$ et $CD = CB$

1) Montrer que : les deux droites (AC) et (BD) sont perpendiculaires

2) En déduire que : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC}$

3) Nous prenons dans cette question : $AB = AD = 3cm$ et $(\overline{BAD}) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$

a) Calculer : BD b) En déduire $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$

Exercice 15 : (****) Soient A et B deux points distincts du plan. I et J deux point tels que : $\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ et $\overrightarrow{JA}+3\overrightarrow{JB}=\vec{0}$

1) Représenter les points I et J

2) Montrer que pour tout point M du plan on a : $\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MI}$ et $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=4\overrightarrow{MJ}$

3) Déterminer et représenter l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $\frac{MA}{MB}=2$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien