Série N°5 : Les Transformations du plan

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (***) $ABCD$ un parallélogramme et O un point qui n'appartient pas à ces cotés
Et soient : J le symétrique de O par rapport a A
Et K le symétrique de J par rapport a B
Et L le symétrique de K par rapport a C
Montrer que : O est le symétrique de L par rapport a D

Exercice 2 : (***) A , B , C et D sont quatre points du plan deux a deux distincts.
$\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs fixés
Soit $t_{\vec{u}}$ la translation de vecteur $\vec{u}$ qui transforme A en D et C en B
Soit $t_{\vec{v}}$ la translation de vecteur $\vec{v}$ qui transforme B en A
Déterminer la translation qui transforme C en D

Exercice 3 : (**) Soient deux points fixes distincts A et B du plan.
Soit T une transformation du plan qui transforme chaque point M en M' tel que :
$\overrightarrow{M'A}-\overrightarrow{M'B}+5\overrightarrow{MM'}=\vec{0}$
1) En utilisant la propriété caractéristique d'une translation montrer que T est une translation
2) Déterminer un vecteur de la translation T

Exercice 4 : (***) Soient deux points fixes différents A et B du plan.
Soit f une transformation du plan qui transforme chaque point M en M' tel que :
$7\overrightarrow{MB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{M'M}-7\overrightarrow{MB}=\vec{0}$
Montrer que f est une translation et Trouver son vecteur

Exercice 5 : (***) ABC un triangle tel que : $\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et m un paramètre réel
Soit f une transformation du plan qui transforme chaque point M en M' tel que :
$\overrightarrow{MM'}=2m\overrightarrow{MA}+\left(m+\frac{3}{2}\right)\overrightarrow{MB}-3\left(m+\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{MC}$
1) Monter que : pour tout réel m f est une translation dont trouvera son vecteur
2) Déterminer l'image de la droite (BC) par la translation f et en déduire l'image de la droite (AB) par la translation f

Exercice 6 : (***) ABC un triangle et D un point tel que : $\overrightarrow{CD}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et I est le point d'intersection des droites (BD) et (AC) (Voir la figure)
On considère l'homothétie h de centre I qui transforme le point A en C.
1) a) Déterminer l'image du point B par l'homothétie h
b) En déduire le rapport k de l'homothétie h
2) La droite qui passe par D et parallèle a (BC) coupe la droite (AI) en J
Montrer que $h(C)=J$

Exercice 7 : (***) Soit $ABCD$ un trapèze tel que : $(AB)\parallel(CD)$ et tels que : $AB=2$ et $CD=4$
1) Déterminer le centre et le rapport k de l'homothétie h qui transforme A en D et transforme B en C
2) Déterminer le centre et le rapport k de l'homothétie h' qui transforme A en C et transforme B en D

Exercice 8 : (****) (C) un cercle de centre I et de rayon $R=1,5cm$.
Soit h l'homothétie de centre I et de rapport $k=2$
M , N sont deux points de (C) diamétralement opposés. M' et N' sont leurs images par h

1) Faite une figure et monter que : $\overrightarrow{M'M}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$.

2) Monter que : $\overrightarrow{N'M}=\frac{3}{2}\overrightarrow{NM}$.

3) Quelle est l'image du cercle (C) par l'homothétie h

PROF: ATMANI NAJIB

Exercice 9 : (****) ABC un triangle équilatéral. M , N et P sont les milieux des segments $[AB]$; $[AC]$ et $[BC]$ et I est le point d'intersection des médianes : (AP) ; (BN) et (CM)
A' , B' et C' sont respectivement les images des points : A , B et C par l'homothétie h de centre I et de rapport $k=\frac{1}{2}$

1) Faite une figure.

2) Monter que : $\frac{AB}{A'B'}=2$.

3) Monter que le triangle $A'B'C'$ est équilatéral

4) Monter que : $\frac{L}{L'}=2$ .sachant que L est le périmètre du triangle ABC et L' est le périmètre du triangle $A'B'C'$

5) Monter que : $\frac{S}{S'}=4$ .sachant que S est la surface du triangle ABC et S' est la surface du triangle $A'B'C'$

Exercice 10 : (****) A , B , C trois points du plan tel que B est le milieu du segment $[AC]$
Soit la droite (Δ) qui passe par A et différent de la droite (AB) et non perpendiculaire a (AB)
B' et C' les projections orthogonales respectivement des points B et C sur la droite (Δ)
I le point d'intersection des droites (BC') et $(B'C)$
Soit h l'homothétie de centre I et transforme B en C'

1) Déterminer l'image du point B' par l'homothétie h et rapport k de l'homothétie h

2) a) Déterminer le nombre réel x tel que : $\overrightarrow{BI}=x\overrightarrow{BC'}$

b) Déterminer l'ensemble (E) des points C' lorsque (Δ) varie

c) Déterminer l'ensemble (F) des points I lorsqu'elle varie sur (Δ)

d) Faire une figure sachant que : $AB=4cm$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien