Tronc commun Sciences BIOF

Série N°6 : FONCTIONS – *Généralités*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) (**) (***) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes définie par :

1) $f(x)=\frac{|x-5|}{x^2+1}$. 2) $f(x)=\frac{\sqrt{|x|}}{x}$ 3) $f(x)=\sqrt{-2x^2+x+3}$.

4) $f(x)=\sqrt{-2x^2+3x-5}$. 5) $f(x)=3x^2-\frac{1}{x}+\sqrt{-x}$. 6) $f(x)=\sqrt{\frac{-2x^2+2x+13}{x^2-x-6}}$.

7) $f(x)=\sqrt{x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}}$. 8) $f(x)=\frac{x+5}{x^2-5x+7}$.

Exercice 2 : (**) Soit f la fonction définie par $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f

2) Étudier la parité de f .

3) a) Montrer que f est strictement décroissante sur $[0,+\infty[$

b) En déduire le sens de variation de f sur $]+\infty,0]$

4)Dresser alors le tableau de variations de f sur $D_f=\{x\in E/\,f(x)\in\mathbb{R}\}$.

5) Montrer que pour tout réel x, $-1\le f(x)\le 1$

Exercice 3 : (***)

1) Montrer que : la fonction nulle est la seule fonction qui soit à la fois paire et impaire

2) Soit la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$

Montrer que : les fonctions suivantes :

$g:x\mapsto\frac{f(x)+f(-x)}{2}$ et $h:x\mapsto\frac{f(x)-f(-x)}{2}$ sont respectivement paire et impaire

3) En déduire que toute fonction définie sur $\mathbb{R}$ est somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire

4) Soit la fonction numérique : $K(x)=-2x^5+\frac{1}{3x}$

a) Etudier la parité de K

b) Montrer que la fonction : $M(x)=K(x)-1$ est une fonction ni paire ni impaire,

Exercice 4 : (***) **Soit** la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x-3$ si $x\ge 0$

Sachant que : f est une fonction paire

1)Calculer : $f(x)$ si $x\le 0$ 2) Donner : $f(x)$ si $x\in\mathbb{R}$

Exercice 5 : (**) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{2x^2+3}{x^2+1}$

1) Déterminer D_f 2) a) Démontrer que : $f(x)\le 3$ si $x\in\mathbb{R}$

b) Est ce que 3 est une valeur maximale de f ?

3) a) Démontrer que : $0<f(x)$ si $x\in\mathbb{R}$

b) Est ce que 2 est une valeur minimale de f. ?

Exercice 6 : (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=-x^2-2x+1$

1)Préciser le domaine de définition de f

2)Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1\ne x_2$

PROF: ATMANI NAJIB

3)Etudier la monotonie de f sur : $I=[-1;+\infty[$ et sur $J=]-\infty;-1]$
4)Dresser le tableau de variation de f
5) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)\le 2$
b) En déduire que : pour tout $x\in\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ On a : $-\frac{1}{4}\le f(x)\le 2$
c) En déduire que : pour tout $x\in[-3;-1]$ On a : $-2\le f(x)\le 2$
6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f)avec les axes du repère
7)Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=-x-1$
Tracer Les courbes représentatives de(C_f)et(C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$
9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)<f(x)$
10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation :$-x^2-2x+m-1=0$ avec :$m\in\mathbb{R}$

Exercice 7 : (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=4x^2-8x+6$
1)Déterminer D_f et déterminer α et β tel que : $f(x)=2(x+\alpha)^2+\beta$ pour tout $x\in\mathbb{R}$
2) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques
3) Déterminer le Tableau de variations de f
4) Soient : (D) la droite d'équation $(D): y=x-3$ et deux points : $A(1;-1)$ et $B(0;-2)$et $M(x;y)\in(D)$
a) Tracer la courbe représentative de(C_f) et la droite(D) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
b) Déterminer les coordonnées de$M$ pour que : MA^2+MB^2 soit minimale

Exercice 8 : (***) Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{x}{x-1}$
1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f
2) a) Soient $x_1\in D_f$ et $x_2\in D_f$ tel que : $x_1\neq x_2$
Montrer que : $T(x_1;x_2)=\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{-1}{(x_1-1)(x_2-1)}$
b) En déduire la monotonie de la fonction f sur les intervalles $I=]-\infty;1[$ et $J=]1;+\infty[$.
3) Dresser le tableau de variation de f
4) Comparer les deux nombres : $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$ et $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

Exercice 9 : (**) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{-2x+1}{2x-4}$
(C_f)Sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
1) Déterminer D_f 2) Ecrire $f(x)$sous la forme : $f(x)=\beta+\frac{k}{x+\alpha}$ (déterminer α et β et k)
3) En déduire la nature de (C_f) et ses éléments caractéristiques
4) Dresser le Tableau de variations de f
5) Tracer la courbe représentative(C_f) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 10 : (***) Soient f et g les deux fonctions définies par :

PROF.ATMANI NAJIB

$f(x)=-x^2-2x+3$ et $g(x)=\frac{x-1}{x+2}$ et (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f et g

2) a) Vérifier que : $f(x)=-(x+1)^2+4$ si $x\in D_f$

b) Vérifier que : $g(x)=1-\frac{3}{x+2}$ si $x\in D_g$

3)a) Donner la nature de la courbe de f et ces éléments caractéristique

b) Dresser le tableau de variation de f

4)a) Donner la nature de la courbe de g et ces éléments caractéristique

b) Dresser le tableau de variation de g

5)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

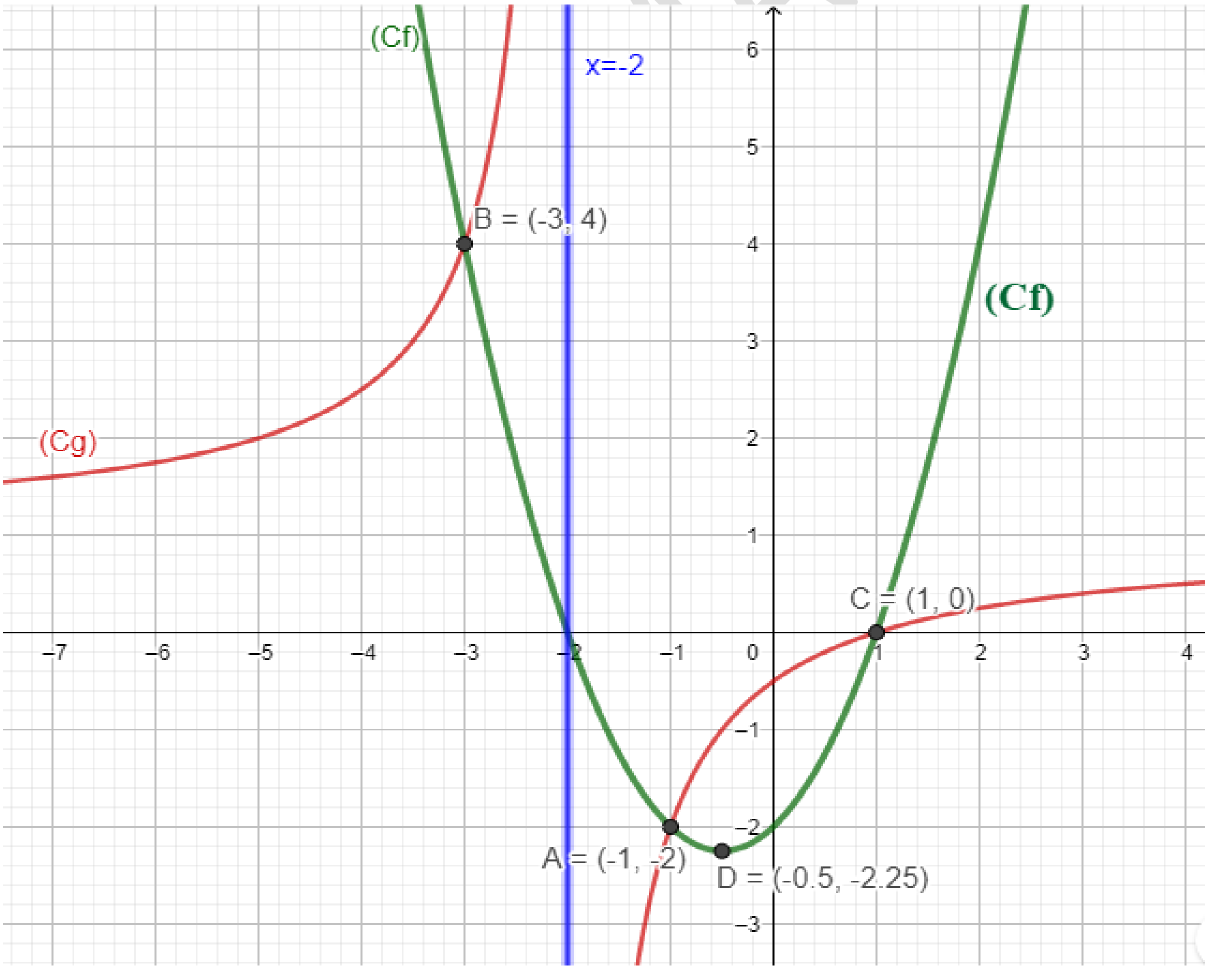
b) Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

6)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

7)a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\geq g(x)$

Exercice 11 : (***)**:** Soient f et g deux fonctions définies par Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) si dessous :



1) Déterminer D_f et D_g

2) On pose : $f(x) = ax^2 + bx + c$ et $g(x) = \dfrac{x+\alpha}{x+2}$

Graphiquement :

a) Déterminer les points d’intersections de (C_f) et (C_g)

b) Résoudre l’équation $f(x) = g(x)$

c) Résoudre l’inéquation $f(x) > g(x)$

d) Dresser les tableaux de variations de f et g

3) a) Montrer que : $f(x) = x^2 + x - 2$

b) Montrer que : $g(x) = \dfrac{x-1}{x+2}$

C’est en forgeant que l’on devient forgeron : Dit un proverbe.
C’est en s’entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l’on devient un mathématicien

PROF: ATMANI NAJIB