Tronc commun Sciences BIOF

Série N°6 : PRODUIT SCALAIRE

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ deux vecteurs tels que : $AB=\frac{\sqrt{2}}{4}$ et $AC=\sqrt{8}$ et $BAC=\frac{5\pi}{4}$

Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Exercice2 : (**) Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A et $AB=2cm$

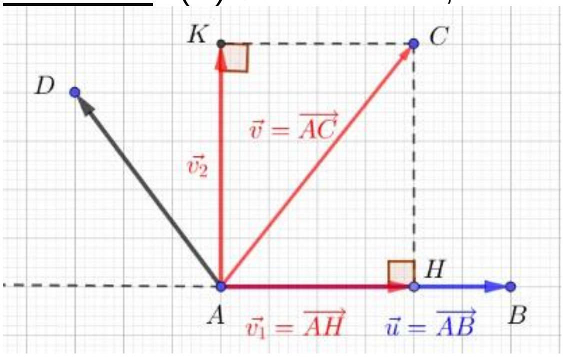
Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CB}$

Exercice3 : (**) Soit un triangle équilatéral ABC de côté 2 et de centre O

1) Calculer : a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ b) $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ c) $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{OB}$

2) Montrer que : $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CO}$

Exercice4 : (**) Soit le carré A ; B et C trois points du plan comme indiqué sur la figure ci-dessous



Avec : $AB=6$ et $AH=4$

Calculer les produits scalaires suivants : 1) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ 2) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

Exercice5 : (**) Soit CFG un triangle tels que : $CF=7$ et $CG=6$ et $FG=3$

Calculer : $\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{CF}$

Exercice6 : (*) Considérons un triangle ABC rectangle en A tel que

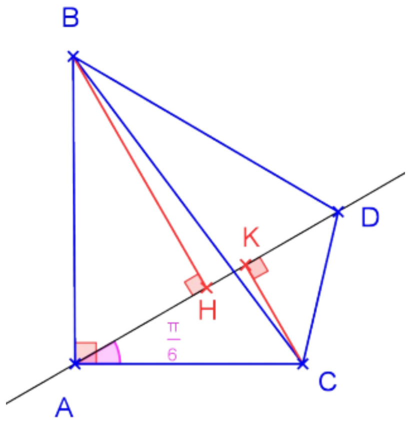
AC=5 et AB=4 et $\left(\overline{\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}}\right)\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$

Soit D le point du plan vérifiant AD=4 et $\left(\overline{\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}}\right)\equiv\frac{\pi}{6}[2\pi]$

H est le pied de la hauteur du triangle ABD issue de B et K est le pied de la hauteur du triangle ACD issue de C.

Calculer les produits scalaires suivants :

1) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ 2) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$ 3) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AK}$ 4) $\overrightarrow{AB}.\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AH}\right)$ 5) $\overrightarrow{AC}.\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AK}\right)$ 6) $\overrightarrow{KB}.\overrightarrow{HC}$



Exercice7 : (*) ABC est un triangle tel que AB=6 ; BC=4 et AC=5.

Déterminer une mesure en degré à 10^{-1} près de l'angle BAC

Exercice8 : (**) Soit ABC un triangle tel que et $AB=5$ et $BC=14$ et $AC=\sqrt{201}$

Soit I le milieu du segment $[BC]$

1) Montrer que : $AI=8$ 2) Montrer que : $BAI=\frac{\pi}{3}$

3) Soit H un point du segment $[AB]$ tel que $AH=4$

Montrer que les droites : (AH) et (IH) sont perpendiculaires

Exercice9 : (***) Soit ABC un triangle tel que et $AB=6$ et $AC=5$ et $BC=7$

1) Calculer $\cos BAC$

2) a) Calculer $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

b) En déduire que : $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=30$

3) Soit K la projection orthogonale du point A sur la droite (BC)

Calculer : BK

Exercice10 : (****) On considère un rectangle $ABCD$ tel que : $AB=4$ et $AD=3$

Et soit E un point tel que : $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

1) a) Calculer : $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}$ b) En déduire : $\left\|\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right\|$

2) Calculer : $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}$

3) a) Calculer : $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{ED}$

b) En déduire : $\cos\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}\right)$

c) En utilisant la calculatrice : déduire une mesure de l'angle : $\left(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{ED}\right)$

Exercice11 : (****) Soient A et B deux points distincts du plan.

Déterminer l'ensemble (Δ) des points M du plan tel que : $\frac{MA}{MB}=1$

Solution : soit M un point du plan

$M\in(\Delta)$ Équivaut à : $\frac{MA}{MB}=1$ Équivaut à : $MA=MB$

Équivaut à dire que : (Δ) est la médiatrice du segment $[AB]$

Par conséquent : l'ensemble (Δ) des points M du plan tel que : $\frac{MA}{MB}=1$ est la médiatrice du segment $[AB]$

Exercice12 : (****) Soit A et B deux points dans le plan tel que : $AB=10$

Et soit I le milieu du segment $[AB]$

1) Déterminer (Δ) l'ensemble des points M du plan tel que : $\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AB}=10$

2) Déterminer (C) l'ensemble des points M du plan tel que : $MA^2+MB^2=68$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien