Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°7 : FONCTIONS – *Généralités*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) (**) (***) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{6x^3+|2x|}{|x-3|-|x+5|}$ 2) $f(x)=\dfrac{-x^2+2006}{|x+2|+1}$ 3) $f(x)=\sqrt{x^2+27}-5\sqrt{3x}$

4) $f(x)=\dfrac{-2x+6}{|x^2-2x+3|-2}$ 5) $f(x)=\dfrac{x-2}{2x^2-3x-2}-\dfrac{x^2}{2x^2+13x+6}$

6) $f(x)=\dfrac{x^3-2x-2021}{2x^2-3|x|-2}$ 7) $f(x)=\dfrac{5x^5-5x-1}{2x^4-3x^2-2}$

Exercice 2 : (**) Etudier la parité de la fonction suivante définie par : $h(x)=\dfrac{\tan^4 x}{1+\sin^2 x}$

Exercice 3 : (**) (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\dfrac{1}{4}x^2+x$

1)Déterminer D_f

2) a) Soient $x_1\in\mathbb{R}$ et $x_2\in\mathbb{R}$ tel que : $x_1\neq x_2$

Montrer que : $T(x_1;x_2)=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{1}{4}(x_1+x_2)+1$

b) Montrer que f est strictement croissante sur $[-2;+\infty[$

c) Montrer que f strictement décroissante sur $]-\infty;-2]$

3)a) Déterminer α et β tel que : $f(x)=\dfrac{1}{4}(x+\alpha)^2+\beta$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

b) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques

c) Dresser le Tableau de variations de f

4) a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ On a : $f(x)\geq -1$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$ On a : $5\leq f(x)\leq\dfrac{9}{16}$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-5;-2]$ On a : $-1\leq f(x)\leq\dfrac{5}{4}$

5)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

6)Soit g la fonction définie sur R par : $g(x)=2x$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

7)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

8) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)<f(x)$

9)Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $x^2+4x=4m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 4 : (***) Soit f une fonction tel que : $f(x)=\dfrac{-10x}{x^2+1}$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer D_f . 2) Montrer que la fonction f est impaire

3) Calculer $f(-1)$ et Montrer que 5 est une valeur maximale de f sur $\mathbb{R}$

4) a) Soient $x_1 \in D_f$ et $x_2 \in D_f$ tel que : $x_1 \neq x_2$

Montrer que : $T(x_1;x_2)=\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\dfrac{10(x_1x_2-1)}{(1+x_1^2)(1+x_2^2)}$

b) En déduire la monotonie de la fonction f sur les intervalles $I=[0;1]$ et $J=[1;+\infty[$.

5) Donner le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$

Exercice 5 : (**) Soit f une fonction numérique tel que : $g(x)=\dfrac{-x}{x-2}$

(C_g) Sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) Déterminer D_g 2) Ecrire $g(x)$ sous la forme : $g(x)=\beta+\dfrac{k}{x+\alpha}$ (déterminer α et β et k)

3) En déduire la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques

4) Dresser le Tableau de variations de g

5) Tracer la courbe représentative (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

Exercice 6 : (*) (**) Soit f une fonction numérique définie par : $f(x)=\dfrac{1}{4}x^3$

1) Déterminer D_f

2) Etudier les variations de f et dresser le tableau de variation

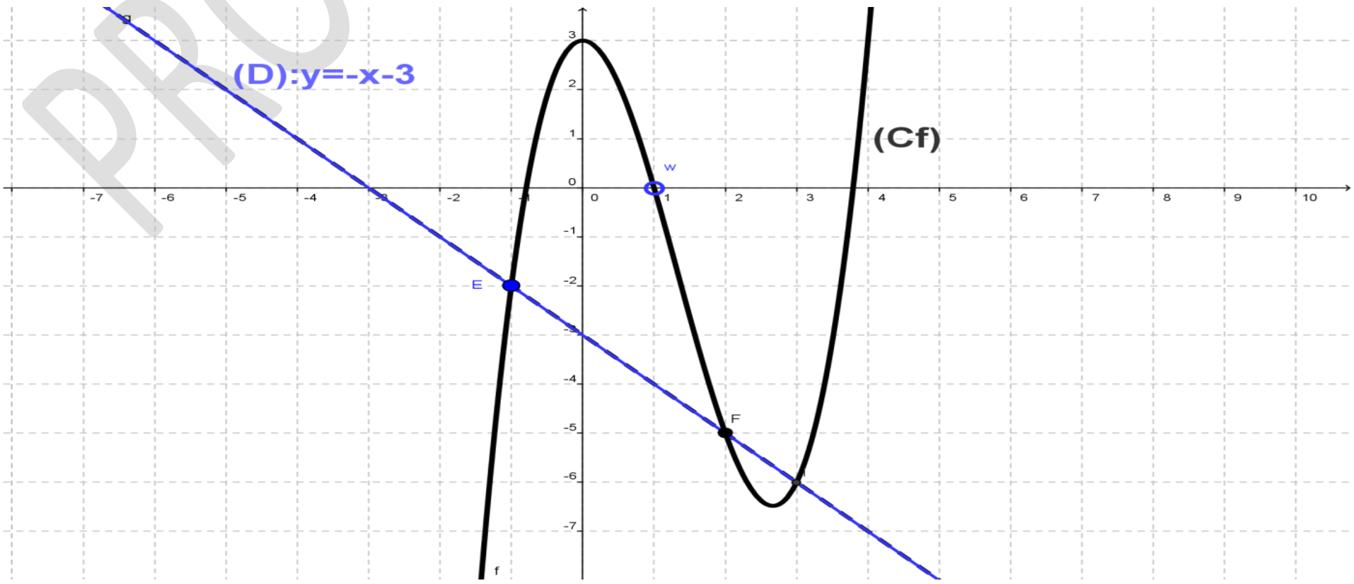
3) Tracer la dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ la courbe (C_f) de f

Exercice 7 : (***) Soit la courbe (C_f) représentative de f telle que $f(x)=x^3-4x^2+3$ et la droite (D) d'équation $y=-x-3$ (voir la figure)

1)Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=3$ puis l'inéquation $f(x)<3$.

2)Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=0$ et l'inéquation $f(x)\geq 0$

3)Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=-x-3$ puis l'inéquation $f(x)\leq -x-3$



Exercice 8 : (**) On considère les fonctions : $f : x \to f(x) = \frac{1}{2}x^2$ et $g : x \to g(x) = \frac{1}{x+1}$.

Le but de l'exercice est d'étudier la position relative de (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions f et g

1) Déterminer l'ensemble de définition des fonctions f et g

2) Montrer que, pour tout nombre x réel : $x^3 + x^2 - 2 = (x-1)(x^2+2x+2)$

3) Montrer que pour tout nombre x réel : $x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$

En déduire le signe de l'expression : $x^2 + 2x + 2$

4) A l'aide de ce qui précède, déterminer la position relative des courbes (C_f) et (C_g)

Exercice 9 : (**) (***) Soient f et g les deux fonctions définies par :

$g(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ et $f(x) = x^2 + 2$

1)a) Déterminer D_g

b) Déterminer la nature de la courbe (C_g) de g et ses éléments caractéristiques

c) Déterminer le Tableau de variations de g

2) a) Déterminer la nature de la courbe (C_f) de f et ses éléments caractéristiques

b) Déterminer le Tableau de variations de f

3) Trouver le point d'intersection de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

4)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère

5) a) Etudier graphiquement le signe de la fonction g

b) Etudier algébriquement le signe de la fonction g

6) (On admet que (C_g) coupe (C_f) en un point d'abscisse : $\lambda = 2{,}11$

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$

Exercice 10 : (*) (**) (***) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{1}{2-x}$ et (C_g) La courbe représentative de g

1) a) Déterminer la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de g

c) Tracer la courbe (C_g) dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations : $g(x) = x$ et $g(x) = 1 + x$

b) Donner une interprétation graphique des résultats

c) Déterminer le signe de : $m^2 + 4m$

d) Déterminer les valeurs de m ou la courbe (C_g) coupe la droite d'équation : $y = x + m$ en deux points

3) On considère la fonction f tel que : $f(x)=\dfrac{2x}{x^2-x+1}$

a) Déterminer D_f

PROF: ATMANI NAJIB

b) Montrer : $f(x)-f(y)=2(x-y)\dfrac{1-xy}{(x^2-x+1)(y^2-y+1)}$ si $x\in\mathbb{R}$ et $y\in\mathbb{R}$

c) En déduire la monotonie de f dans : $[-1;1]$ et $[1;+\infty[$

d) Calculer : $f(x)+\dfrac{2}{3}$ puis en déduire que $-\dfrac{2}{3}\leq f(x)$; si $x\in\mathbb{R}$

e) Montrer que : si $x\in\mathbb{R}$ alors : $-\dfrac{2}{3}\leq f(x)\leq 2$

Exercice 11 : (**) (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$

1) Déterminer D_f

2) Démontrer que : $0\leq f(x)$ si $x\in\mathbb{R}^+$

3) Démontrer que : $f(x)<\dfrac{1}{2}$ si $x\in\mathbb{R}^+$

Exercice 12 : (**) (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=x^2+2x\sqrt{x}+x-4$

Démontrer que : -4 est une valeur minimale de f sur $\mathbb{R}^+$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien