Tronc commun Sciences BIOF

Série N°7 : PRODUIT SCALAIRE

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) Soient $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ deux vecteurs tels que : $AB = \frac{\sqrt{3}}{4}$ et $AC = \sqrt{3}$ et $\left(\overline{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right) \equiv -\frac{5\pi}{6}[2\pi]$

Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Exercice 2 : (**) Soit EFG un triangle tel que : $EF = 5$ et $EG = 3$ et $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EG} = -6$

Calculer : $\cos\left(F\hat{E}G\right)$

Exercice 3 : (**) Soit un carré ABCD de côté c.

Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$

Exercice 4 : (**) Soit le carré ABCD de centre O et de côté a .

Calculer, en fonction de : a les produits scalaires suivants.

1) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD}$ 2) $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{BC}$ 3) $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{DB}$ 4) $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CO}$ 5) $\overrightarrow{OD}.\overrightarrow{OB}$ 6) $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CA}$

Exercice 5 : (**) (***) Soit ABC un triangle rectangle en A et H est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC) et $BC = 5cm$ et $CH = 3cm$

Calculer $\left(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}\right)^2$

Exercice 6 : (**) Soit ABC un triangle isocèle en B tel que :

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 12$ et $\cos(A\hat{B}C) = \frac{1}{3}$ et J un point tel que : $\overrightarrow{BJ} = \frac{5}{4}\overrightarrow{BA}$ et I le milieu du segment $[AC]$

Et soit la droite (Δ) qui passe par J et perpendiculaire à la droite (AB) et soit E un point tel que : $E \in (\Delta)$ et soit $M \in (\Delta)$

1) Montrer que : $AB = 6$ et calculer AC 2) Calculer : $\overrightarrow{BJ} \cdot \overrightarrow{BA}$

3) Montrer que : $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{AB} = 45$

4) Calculer : BI

Exercice 7 : (**) Soit ABC un triangle tel que et $AB = 3$ et $BC = 4\sqrt{3}$ et $A\hat{B}C = \frac{\pi}{6}$

I le milieu du segment $[BC]$

1) Calculer AC .

2) Montrer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 18$

3) Montrer que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

4) Calculer : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AB}$ et en déduire la nature du triangle AIB

Exercice 8 : (**) Soit ABC un triangle isocèle en A tel que : $\cos(B\hat{A}C) = \frac{1}{4}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16$.

I un point tel que : $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$ et J le milieu du segment $[BC]$

Et soit la droite (Δ) qui passe par I et perpendiculaire à la droite (AB) et soit E un point tel que : $E \in (\Delta)$

1) Construire une figure.

2) Montrer que : $AB = 8$ et calculer BC .

3) Calculer : $\overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{BA}$

4) Montrer que : $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{AB} = 48$

5) Calculer : AJ

Exercice 9 : (****) Soit A et B deux points dans le plan tel que : $AB = 4$

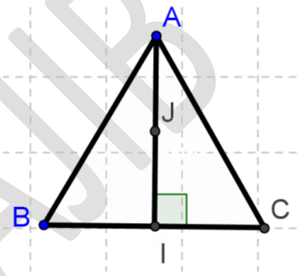
Et soit k un réel ; on note (C_k) l'ensemble des points M dans le plan tel que : $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = k$

1) Déterminer et représenter les ensembles : (C_0) et (C_5) et (C_{12}) et (C_{-6})

2) Déterminer (E) l'ensemble des points M du plan tel que : $0 \leq \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} \leq 5$

Exercice 10 : (****) Soit ABC un triangle équilatéral tel que : $AB = 3cm$

I le milieu du segment $[BC]$ et J le milieu du segment $[AI]$



1) Calculer : $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{JC}$ et la distance AI

2) Montrer que : pour tout point M du plan on a :

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4MJ^2 + \frac{45}{4}$$

3) Déterminer : l'ensemble (C) des points M du plan tel que :

$$2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 18$$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien