

Série N°7 avec correction : TRIGONOMETRIE2

Partie 2 : Equations et inéquations trigonométriques

Exercices sur les équations et inéquations trigonométriques

1 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sin 3x = \frac{1}{2}$.

3 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sin 5x + \sin x = 0$.

4 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $2\cos^2 x + 7\cos x + 3 = 0$.

5 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{3} \cos x + \sin 2x = 0$.

6 Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = 1$.

7 Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'inéquation $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$.

8 Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$ l'inéquation $\sin x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

9 Résoudre dans $[-\pi ; \pi]$ l'inéquation $\cos^2 x < \frac{1}{4}$.

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien



Réponses

$$\boxed{1} \quad S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{12} + k'\pi, k' \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\boxed{2} \quad S = \left\{ \frac{\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{5\pi}{18} + \frac{2k'\pi}{3}, k' \in \mathbb{Z} \right\}$$

3 Astuce : l'équation est équivalente $\sin 5x = -\sin x$ soit $\sin 5x = \sin(-x)$.

$$S = \left\{ \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{\pi}{4} + k' \frac{\pi}{2}, k' \in \mathbb{Z} \right\}$$

4 Astuce : on effectue le changement d'inconnue $X = \cos x$.

$$S = \left\{ \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{2\pi}{3} + 2k'\pi, k' \in \mathbb{Z} \right\}$$

5 Astuce : utiliser la formule de duplication $\sin 2x = 2\sin x \times \cos x$ puis factoriser le 1^{er} membre.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{3} + 2k'\pi, k' \in \mathbb{Z} \right\} \cup \left\{ \frac{4\pi}{3} + 2k''\pi, k'' \in \mathbb{Z} \right\}$$

6 Astuce : réduire le 1^{er} membre en utilisant une formule d'addition.

$$S = \left\{ -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$$

7 Méthode : utiliser le cercle trigonométrique.

$$S = \left] \frac{\pi}{6} ; \frac{11\pi}{6} \right[$$

8 Méthode : utiliser le cercle trigonométrique.

$$S = \left[-\pi ; -\frac{3\pi}{4} \right] \cup \left[-\frac{\pi}{4} ; \pi \right]$$

$$\boxed{9} \quad S = \left] \frac{\pi}{3} ; \frac{2\pi}{3} \right[\cup \left] -\frac{2\pi}{3} ; -\frac{\pi}{3} \right[$$