Tronc commun Sciences BIOF

Série N°8 : FONCTIONS – *Généralités*

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice 1 : (*) (**) (***) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2-4x}$ 2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x}$ 3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{4-2x}}$

4) $f(x)=\sqrt{-5x^2+6x+8}-2x+1$ 5) $f(x)=\dfrac{3x^2+2x-1}{\sqrt{2x^2-\left(2\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)x+\sqrt{6}}}-1$

6) $f(x)=\dfrac{3x^2+|x|-1}{\sqrt{16x^2-\frac{8}{3}x+\frac{1}{9}}}$ 7) $f(x)=(3x^2+2)\sqrt{-\frac{1}{2}x^2+x-4}$

8) $f(x)=\sqrt{3x^2+6x+5}+\dfrac{1}{x+1}$

Exercice 2 : (*) (**) 1) Etudier la parité de la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2-1}$

2) Etudier la monotonie de la fonction g définie par : $g(x)=\dfrac{5}{x}+1$ sur $I=]0;+\infty[$

Exercice 3 : (*) (**) (***) Soient f et g les deux fonctions définies par :

$f(x)=-x^2+4x+3$ et $g(x)=2x$

1)a) Déterminer la forme canonique de $f(x)$ ($f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$)

b) Déterminer la nature de la courbe représentative (C_f) de f et ces éléments caractéristiques.

c) Déterminer le Tableau de variations de f

2)a) En déduire que : pour tout $x\in\mathbb{R}$ on a : $f(x)\leq 7$

b) En déduire que : pour tout $x\in\left[2;\frac{5}{2}\right]$ on a : $\frac{27}{4}\leq f(x)\leq 7$

c) En déduire que : pour tout $x\in[-1;2]$ on a : $-2\leq f(x)\leq 7$

3)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

4)Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g)

5) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

6) Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)>0$

7) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $f(x)>g(x)$

8) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 4 : (**) (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+3$ et (C_f) sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

A)1) Déterminer D_f

2) Mettre : $f(x)$ sous la forme canonique (déterminations de α et β tel que :

$f(x)=a(x+\alpha)^2+\beta$ pour tout $x\in\mathbb{R}$)

3) En déduire la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques

4) Déterminer le Tableau de variations de g

B) On considère la fonction numérique g tel que : $g(x)=\frac{1}{2}x^2-2|x|+3$ et (C_g) sa courbe représentative

1) Etudier la parité de g

2) que peut-on dire de la fonction f et de g sur $\mathbb{R}^+$

3) Dresser le Tableau de variations de g

4) Tracer les courbes représentative (C_f) et (C_g) dans un même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

5) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $g(x)=m$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice 5 : (**) (***) Soient f et g les deux fonctions définies par : $f(x)=\frac{5x-11}{4x-4}$ et $g(x)=x^2-2x-1$; (C_f) et (C_g) Les courbes représentatives de f et g dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Déterminer D_f et D_g

2) a) Déterminer la nature de (C_g) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de g

3) a) Déterminer la nature de (C_f) et ses éléments caractéristiques.

b) Déterminer le tableau de variation de f

4)a) Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Trouver les points d'intersections de la courbe (C_g) avec l'axe des abscisses

5) a) Déterminer a ; b et c tel que : $x\in D_f$: $g(x)-f(x)=\frac{(x+1)(ax^2+bx+c)}{4x-4}$

b) Déterminer les points d'intersections de (C_f) et (C_g)

6)Tracer Les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans le même repère en précisant les points d'intersections

4)a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x)>f(x)$

b) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)\times g(x)\geq 0$

7) Soit la fonction définie par : $h(x)=|g(x)|$

Tracer La courbes représentatives (C_h) de h dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ (avec une autre couleur)

Exercice 6 : (**) (***) Soit f une fonction numérique définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}{x-1}$

1) Etudier le signe de $f(x)$

2) a) Démontrer que : $f(x)\leq\frac{\sqrt{2}}{4}$ pour tout $x\in]1;+\infty[$

b) Est ce que $\frac{\sqrt{2}}{4}$ est une valeur maximale de f ?

Exercice 7 : (***) Soit f une fonction numérique définie par : $f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$

1) Déterminer D_f .

2) Démontrer que -1 est la valeur minimale de f.

3) Démontrer que : $f\left(x\right)<1$ pour tout $x\in\mathbb{R}^+$; et est-ce que 1 est une valeur maximale de f ?

Exercice 8 : (***) Soit f une fonction numérique tel que : $f\left(x\right)=x^2-2x+3$

1)a) Démontrer que : $f\left(x\right)\geq 2\ \forall x\in\mathbb{R}$

b) Est ce que f admet une valeur minimale ?

2) Démontrer qu'il n'existe pas un réel $M\in\mathbb{R}$ tel que $f\left(x\right)\leq M$ pour tout $x\in\mathbb{R}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien