Tronc commun Sciences BIOF

Série N°2 : Les polynômes

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (*) Soient $P(x)$ et $Q(x)$ deux polynômes

Calculer $P(x)+Q(x)$ et $P(x)\times Q(x)$ Dans chacun des cas suivants et comparer : $\deg(P\times Q)$ et $\deg(P)+\deg(Q)$

1) $P(x)=2x^3+5x-3$; $Q(x)=-3x^2+x-2$

2) $P(x)=x^5-2x^2+3$; $Q(x)=-x^5+1$

Exercice2 : (**) Discuter suivant le paramètre m le degré du polynôme $P(x)$:

$P(x)=(m^2-4)x^3+(2m-4)x^2+5x-1$

Exercice3 : (**) 1) Montrer que les polynômes suivants sont égaux :

$P(x)=2x^3+3x^2-29x+30$ et $Q(x)=(x+5)(1+2x^2-7x+5)$

2) Déterminer les nombres réels : a ; b et c pour que les polynômes suivants soient égaux :

$P(x)=ax^2+bx+c$ et $Q(x)=(3x-1)(x+2)$

Exercice4 : (**) Soit le polynôme : $P(x)=x^4+6x^3+15x^2+18x+9$

1) Calculer a et b sachant que : $P(x)=(x^2+3x)^2+a(x^2+3x)+b$

2) Factoriser $P(x)$.

Exercice5 : (***) 1) Déterminer un polynôme P de degré 3 tel que : $P(x+1)-P(x)=x$

2) En déduire la somme suivante : $S_1=1+2+3+....+n$

3) Déterminer un polynôme P de degré 2 tel que : $P(x+1)-P(x)=x^2$

4) En déduire la somme suivante : $S_2=1^2+2^2+3^2+....+n^2$

Exercice6 : (***) Trouver le diviseur du polynôme $P(x)=5x^3+x^2+2$ Sachant que le quotient et le reste sont respectivement : $Q(x)=5x^2-19x+76$ et $R(x)=-299$

Exercice7 : (**) Soit le polynôme : $P(x)=x^3+3x^2-2x-6$

1) Calculer $P(-3)$ et que peut-on dire ?

2) Déterminer le polynôme $Q(x)$ tel que : $P(x)=(x+3)\times Q(x)$

Exercice8 : (**) Soit le polynôme : $P(x)=x^3-2x^2-5x+6$

1) Effectuer la division euclidienne de $P(x)$ part $x+2$ et déterminer le quotient $Q(x)$ et le reste

2) Montrer que $Q(x)$ est divisible par $x-3$

3) En déduire une factorisation du polynôme $P(x)$ en polynômes de 1ere degrés

Exercice9 : (***) Soit le polynôme suivant (E) : $P(x)=x^3-\sqrt{3}x^2-4x+4\sqrt{3}$

1) Montrer que -2 est racine du polynôme $P(x)$

2) Montrer que : $P(x)=(x+2)\left(x^2-\left(\sqrt{3}+2\right)x+2\sqrt{3}\right)$

3) On pose : $Q(x)=x^2-\left(\sqrt{3}+2\right)x+2\sqrt{3}$ et soit Δ son discriminant

a) Vérifier que : $\Delta=\left(\sqrt{3}-2\right)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $Q(x)=0$

4) En déduire les solutions de l'équation : $x-\left(\sqrt{3}+2\right)\sqrt{x}+2\sqrt{3}=0$

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x)\geq 0$

Exercice10 : (**) Soit le polynôme : $P(x)=2x^3-x^2-13x-6$

1)Quels sont les diviseurs entiers relatifs du terme constant 6 ?

2) Déterminer (en cas d'existence) les racines relatives du polynôme $P(x)$

3) Factoriser le polynôme $P(x)$ en un produit de monômes

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x)\geq 0$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien