

Tronc commun Sciences BIOF

Série N°3 : Equations et inéquations et systèmes partie3 :

Equation du second degré

(La correction voir 😊 <http://www.xriadiat.com/>)

Exercice1 : (*) et (**) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $2x^2 = 72$ 2) $-\frac{1}{2}x^2 = 5$ 3) $2(3x-1)^2 = 8$ 4) $7x^2 + 16x = 0$

5) $-5x^2 + 6x + 8 = 0$ (on peut utiliser l'écriture canonique). 6) $4(x^2 - 1) = (x-1)(x+2)$

Exercice2 : (**) Déterminer la forme canonique des trinômes suivants :

1) $2x^2 + 12x + 8$ 2) $3x^2 - 6x + 24$

Exercice3 : (*) Résoudre dans \mathbb{R} l'équations $P(x) = 0$ et factoriser le trinôme $P(x)$:

a) $P(x) = -5x^2 + 6x + 8$ b) $P(x) = 2x^2 - (2\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6}$

c) $P(x) = 16x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{1}{9}$ d) $P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 4$

Exercice4 : (*) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $2x^2 - 4x + 6 = 0$ 2) $x^2 - 4x - 21 = 0$

3) $3x^2 - 6x + 3 = 0$ 4) $3x - 15\sqrt{x} + 18 = 0$

Exercice5 : (**) La somme des carrés de trois nombres entiers naturels consécutifs vaut 3470. Quel est le premier de ces nombres ?

Exercice6 : (*) Soit le trinôme $2024x^2 - 2025x + 1$

a) Vérifier que 1 est racine du trinôme

b) Trouver l'autre racine du trinôme

Exercice7 : (***) Soit le trinôme $(E) : P(x) = 2x^2 - 5x + 1$

1) Prouver que le trinôme (E) admet deux racines distinctes α et β sans les calculer

2) Déduire les valeurs suivantes : $\alpha + \beta$; $\alpha \times \beta$; $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$; $\alpha^2 + \beta^2$; $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$; $\alpha^3 + \beta^3$

Exercice8 : (***) Sans calculer le discriminant Δ résoudre les équations suivantes :

1) $x^2 - 6x + 8 = 0$ 2) $x^2 - 7x + 12 = 0$ 3) $x^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$

Exercice9 : (***) On considère l'équation $(E) : x^2 - 8x + 3 = 0$

1) On pose : $a = \sqrt{13} - 1$ et $b = \sqrt{13} + 3$

Vérifier que : $\frac{a}{b} = 4 - \sqrt{13}$ et montrer que : $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 8\left(\frac{a}{b}\right) + 3 = 0$

2) Déduire sans calculer le discriminant Δ les solutions de l'équation (E)

3) Soient α et β les solutions de l'équation (E)

Donner une équation du second degré qui a pour solutions : $\frac{\alpha}{\beta}$ et $\frac{\beta}{\alpha}$

Exercice 10 : (**) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système : $\begin{cases} x + y = 5 \\ x \times y = 4 \end{cases}$

Exercice11 : (**) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

1) $x^4 - 4x^2 - 21 = 0$ 2) $x^4 - 8x^2 + 16 = 0$

Exercice12 : (***) Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1) $3x|x+1| + x - 2 = 0$ 2) $\frac{x|x^2 - 4|}{|x - 2|} = 2$ 3) $2x|x - 1| - |x - 2| = 0$

Exercice13 : (***) (Equations avec des racines carrées)

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $\sqrt{x} = x - 2$

Exercice14 : (***) 1) Résoudre dans \mathbb{R} et discuter suivant le paramètre $m \in \mathbb{R}$ l'équation suivante :

$x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$; (E)

Exercice15 : (*) Résoudre les inéquations suivantes :

a) $2x^2 - 4x + 6 \geq 0$ b) $4x^2 - 8x + 3 \leq 0$ c) $x^2 - 3x - 10 < 0$

Exercice16 : (**) Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

1) $3x^2 + 6x - 9 > 0$ 2) $\frac{-3x^2 + x + 5}{2x^2 + x - 5} \geq 0$

Exercice17 : (**) Quelles sont les solutions de l'inéquation : $3x^2 + 2x - 1 > 2x^2 + x - 3$?

Exercice18 : (**) On considère l'équation : (E) : $2x^3 - 13x^2 + 5x + 6 = 0$

1) Montrer que le nombre 1 est solution de (E)

2) Déterminer trois réels : a, b et c tels que : $2x^3 - 13x^2 + 5x + 6 = (x - 1)(ax^2 + bx + c)$

3) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : (E)

4) Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : (I) : $2x^3 - 13x^2 + 5x + 6 < 0$

Exercice19 : (***) 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équations suivantes : $4x^4 + 4x^2 - 3 = 0$

2) Déterminer une factorisation de $4x^4 + 4x^2 - 3$.

3) En déduire une résolution de l'inéquation : $4x^4 + 4x^2 - 3 \geq 0$

Exercice20 : (***) Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1) (I) ; $\frac{4x^2 - 3x - 9}{x^2 - 5} \leq 2$ 2) (E) ; $\sqrt{|x - 3|} \leq x - 1$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

