Tronc commun Sciences BIOF

Série N°3 : Les polynômes

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (**) Etudier l'égalité des polynômes dans les cas suivants :

1) $P(x)=x^3+2x^2(x-1)+x$ et $Q(x)=x^2(3x-2)+x$

2) $P(x)=(x-1)^3$ et $Q(x)=x^3-3x^2-3x+1$

Exercice2 : (**) discuter suivant le paramètre m le degré du polynôme $P(x)$:

$P(x)=(m^3-m)x^3-(m+1)x^2+(m-1)x+11$

Exercice3 : (**) Soit : $P(x)=x^4-2x^3+x^2-1$ et $Q(x)=ax^5+(b+c)x^4+(c+d)x^3+dx^2+e$

Déterminer a ; b ; c et d pour que : $P=Q$

Donc : $Q(x)=x^4-2x^3+x^2-1$

Exercice4 : (**) Soient les nombres a ; b et le polynôme $P(x)=ax^2+bx$

Calculer a et b sachant que : $P(2x)-4P(x)=6x+a+2$

Exercice5 : (***) Soit : $P(x)=x^3-3x+2$

1)a) Calculer $P(1)$ et déterminer $Q(x)$ tel que : $P(x)=(x-1)Q(x)$

b) Vérifier que $P(x)=(x+2)(x-1)^2$

2) Soit α un réel tel que : $1<\alpha<2$

Donner un encadrement de $\alpha+2$ et de $(\alpha-1)^2$ et en déduire que : $0<P(\alpha)<4$

Exercice6 : (**) Soit : $P(x)=x^3-3x^2-6x+8$

1) Montrer que1 est racine du polynôme P

2) Montrer que $P(x)=(x-1)Q(x)$ ou $Q(x)$ est un polynôme à déterminer

3) Montrer que -2 est racine du polynôme Q

4) En déduire une factorisation du polynôme P on polynômes de 1ere degrés

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

Exercice7 : (***) Soit : $P(x)=2x^3+3x^2+ax+b$ avec : $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

1) Déterminer a et b tels que :

a) $P(x)$ soit divisible par $x-2$

b) Le reste de la division euclidienne de $P(x)$ par $x-1$ est -12

2) Factoriser $P(x)$ dans ce cas

Exercice8 : (***) Soit le polynôme suivant : $P(x)=x^3+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}+2\right)x^2+\left(4\sqrt{3}-2\sqrt{2}-2\sqrt{6}\right)x-4\sqrt{6}$

1) Montrer que -2 est racine du polynôme $P(x)$

2) Montrer que : $P(x)=(x+2)\left(x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}\right)$

3) On pose : $Q(x)=x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}$ et soit Δ son discriminant

a) vérifier que : $\Delta=14+4\sqrt{6}$ et compléter : $14+4\sqrt{6}=(...+....)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x)=0$

4) En déduire les solutions de l'équation : $x+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\sqrt{x}-2\sqrt{6}=0$

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $Q(x)\geq 0$

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

7) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x)\leq 0$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien