Tronc commun Sciences BIOF

Série N°5 : Les polynômes

(La correction voir😊 http://www.xriadiat.com/)

Exercice1 : (**) Soit : $P(x)=2x^3-x^2-13x-6$

1) Montrer que le polynôme $P(x)$ est divisible par $x+2$

2) En Effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x+2$ montrer que : $P(x)=(x+2)Q(x)$ avec $Q(x)=2x^2-5x-3$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x)=0$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $Q(x)\geq 0$

5) En déduire une factorisation du polynôme $P(x)$ en un produit de polynômes de 1ere degrés

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

7) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x)\succ 0$

Exercice2 : (***) Soit : $P(x)=-2x^3+3x^2+11x-6$

1) Montrer que le polynôme $P(x)$ est divisible par $x+2$

2) En Effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x+2$

Montrer que : $P(x)=(x+2)Q(x)$ avec : $Q(x)=-2x^2+7x-3$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x)=0$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $Q(x)\geq 0$

5) En déduire une factorisation du polynôme $P(x)$ en un produit de polynômes de 1ere degrés

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

7) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x)\succ 0$

Exercice3 : (***) On considère les polynômes : $P(x)=-132x^3+347x^2-172x+12$ et $Q(x)=-132x^2+83x-6$

1) a) Démontrer, sans effectuer la division euclidienne, que $P(x)$ est divisible par $x-2$

b) Démontrer en utilisant la division euclidienne que : $P(x)=(x-2)Q(x)$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x)=0$

b) En déduire une factorisation de $Q(x)$

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x)=0$

3)a) Calculer : $\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}=0$

c) En déduire les solutions de l'équation : $x+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\sqrt{x}-2\sqrt{6}=0$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{x^2+\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x-2\sqrt{6}}{-132x^2+83x-6}\geq 0$

Exercice4 : (***) Soit le polynôme suivant (E) : $P\left(x\right)=x^{3}+\sqrt{3}x^{2}-x-\sqrt{3}$

1) Montrer que -1 est racine du polynôme $P\left(x\right)$

2) Montrer que : $P\left(x\right)=\left(x+1\right)\left(x^{2}-\left(1-\sqrt{3}\right)x-\sqrt{3}\right)$

3) On pose : $Q\left(x\right)=x^{2}-\left(1-\sqrt{3}\right)x-\sqrt{3}$ et soit Δ son discriminant

a) Vérifier que : $\Delta=\left(1+\sqrt{3}\right)^{2}$

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $Q\left(x\right)=0$

4) En déduire les solutions de l'équation : $x-\left(1-\sqrt{3}\right)\sqrt{x}-\sqrt{3}=0$

5) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P\left(x\right)=0$

6) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P\left(x\right)\leq 0$

C’est en forgeant que l’on devient forgeron : Dit un proverbe.
C’est en s’entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l’on devient un mathématicien