Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°6 :

Equations et inéquations du premier degré et systèmes d'inéquations : partie1

Exercice1 : (*) et (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\frac{(x-7)(x+3)}{x^2-9}=0$ 2) $\frac{-x+5}{2x-6}=-3$ 3) $|2x-14|=|5-7x|$ 4) $x^3-5x=0$

Corrigé : 1) $\frac{(2x-10)(x-7)}{x^2-49}=0$

Cette équation existe si : $x^2-49=0$

$x^2-49=0$ Équivalent à : $x^2-7^2=0$ équivalent à : $(x+7)(x-7)=0$

Équivalent à $x+7=0$ ou $x-7=0$ équivalent à : $x=-7$ ou $x=7$

Les valeurs interdites de cette équation sont -7 et 7. L'équation est donc définie sur : $D_E=\mathbb{R}-\{-7,7\}$

$\frac{(2x-10)(x-7)}{x^2-49}=0$ Équivalent à $(2x-10)(x-7)=0$ équivalent à $x-7=0$ ou $2x-10=0$

Équivalent à $x=5\in D_E$ ou $x=7\notin D_E$

Donc : $S=\{5\}$

2) $\frac{-x+5}{2x-6}=-3$ Cette équation n'existe pas si $2x-6=0$

$2x-6=0$ Équivalent à : $x=3$

La valeur interdite de cette équation est 3. L'équation est donc définie sur $D_E=\mathbb{R}-\{3\}$

$\frac{-x+5}{2x-6}=-3$ Équivalent à : $-x+5=-3(2x-6)$ équivalent à : $-x+5=-6x+18$

Équivalent à : $5x=13$ équivalent à : $x=\frac{13}{5}$

Donc : $S=\left\{\frac{13}{5}\right\}$

3) $|2x-14|=|5-7x|$ équivalent à : $2x-14=5-7x$ ou $2x-14=-(5-7x)$

Équivalent à : $9x=19$ ou $-5x=9$ équivalent à $x=\frac{19}{9}$ ou $x=-\frac{9}{5}$

Donc l'ensemble de toutes les Solutions est : $S=\left\{-\frac{9}{5};\frac{19}{9}\right\}$

4) $x^3-5x=0$ équivalent à : $x(x^2-5)=0$

Équivalent à : $x=0$ ou $x^2-5=0$

Équivalent à : $x=0$ ou $x^2=5$ Équivalent à : $x=0$ ou $x=-\sqrt{5}$ ou $x=\sqrt{5}$

D'où : $S=\{-\sqrt{5};0;\sqrt{5}\}$

Exercice2 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :1) $\frac{(1-2x)(2x+6)}{x-1}=0$ 2) $\frac{(x-2)(2x+1)}{x^2-4}=0$

Corrigé : 1) $\frac{(1-2x)(2x+6)}{x-1}=0$

a) On va déterminer le domaine de définition de l'équation :

Cette l'équation est définie si et seulement si $x-1\neq 0$

Donc : $D_E=\mathbb{R}-\{1\}$

b) Résolvons l'équation :

$\frac{(1-2x)(2x+6)}{x-1}=0$ Signifie : $(1-2x)(2x+6)=0$

Signifie : $2x+6=0$ ou $1-2x=0$

Signifie : $x=-3$ ou $x=\frac{1}{2}$ et par suite : $S=\left\{-3;\frac{1}{2}\right\}$

2) $\frac{(x-2)(2x+1)}{x^2-4}=0$

On va déterminer le domaine de définition de l'équation :

Cette l'équation est définie si et seulement si $x^2-4\neq 0$

$x^2-4=0$ Signifie : $x^2=4$ signifie : $x=2$ ou $x=-2$

Donc : $D_E=\mathbb{R}-\{-2,2\}$

b) Résolvons l'équation :

$\frac{(x-2)(2x+1)}{x^2-4}=0$ Signifie : $(x-2)(2x+1)=0$

Signifie : $2x+1=0$ ou $x-2=0$

Signifie : $x=-\frac{1}{2}$ ou $x=2\in D_E$ et par suite : $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Donc : $S=\left[-\frac{1}{6};\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{2}{3};\frac{7}{6}\right]$

Exercice3 : (**) 1) Résoudre les équations :

a) $3|x-5|=2|4-3x|$ b) $-2|2x-13|=1$ c) $(x-2)^2-|x-2|=0$

2) Résoudre les inéquations : a) $|2x+1|\leq 4$ b) $|x-9|\geq\frac{1}{2}$ c) $2<|x|<3$

Corrigé :1) a) **Égalité de deux valeurs absolues :**

Règle : L'égalité |a| = |b| est équivalente à : a = b ou a = −b

Cela découle du fait que par exemple |3| = |−3|

$3|x-5|=2|4-3x|$ Signifie que : $|3x-15|=|8-6x|$

Signifie que : $3x-15=8-6x$ ou $3x-15=-(8-6x)$

Signifie que : $9x=23$ ou $-3x=7$

Signifie que : $x=\frac{23}{9}$ ou $x=-\frac{7}{3}$

Donc : $S=\left\{-\frac{7}{3};\frac{23}{9}\right\}$

b) $-2|2x-13|=1$ Signifie que : $|2x-13|=-\frac{1}{2}$

Donc : $S=\varnothing$ car la valeur absolue est toujours positive

c) $(x-2)^2-|x-2|=0$ Signifie que : $|x-2|^2-|x-2|=0$ car $|X|^2=X^2$

Signifie que : $|x-2|(|x-2|-1)=0$

Signifie que : $|x-2|=0$ ou $|x-2|-1=0$

Signifie que : $x-2=0$ ou $|x-2|=1$

Signifie que : $x-2=0$ ou $x-2=1$ ou $x-2=-1$

Signifie que : $x=2$ ou $x=3$ ou $x=1$

Donc : $S=\{1;2;3\}$

2)a) Résolution de l'inéquation : $|2x+1|\le 4$

Règle : $|x-a|\le r$ est équivalente à : $-r\le x-a\le r$ avec $r>0$

D'après notre règle, on a donc :

$|2x+1|\le 4$ Signifie que : $-4\le 2x+1\le 4$

Signifie que : $-4-1\le 2x+1-1\le 4-1$

Signifie que : $-5\le 2x\le 3$

Signifie que : $-\frac{5}{2}\le x\le \frac{3}{2}$

Donc : $S=\left[-\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right]$

b) Résolution de l'inéquation : $|x-9|\ge \frac{1}{2}$

Règle : $|x-a|>r$ **est équivalente à :** $x-a>r$ ou $x-a<-r$ avec $r>0$

$|x-9|\ge \frac{1}{2}$ Signifie que : $x-9\ge \frac{1}{2}$ ou $x-9\le -\frac{1}{2}$ Signifie que : $x\ge \frac{1}{2}+9$ ou $x\le -\frac{1}{2}+9$

Signifie que : $x\ge \frac{19}{2}$ ou $x\le -\frac{17}{2}$

Donc : $S=\left]-\infty;-\frac{17}{2}\right]\cup\left[\frac{19}{2};+\infty\right[$

c) Résolution de l'inéquation : $2<|x|<3$

$2<|x|<3$ Signifie que : $|x|<3$ et $|x|>2$

- Résolution de l'inéquation : $|x|<3$

$|x|<3$ Signifie que : $-3<x<3$

Donc : $S_1=]-3;3[$

- Résolution de l'inéquation : $|x|>2$

$|x|>2$ Signifie que : $x>2$ ou $x<-2$

Donc : $S_2=]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$

Finalement on a : $S=S_1\cap S_2=]-3;3[\cap(]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[)$

Donc : $S=]-3;-2[\cup]2;3[$

Exercice4 : (***) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\left|2|x-2|-5\right|-1=0$ 2) $\left|3|x+1|-2\right|-6=0$ 3) $\left|1-2|x-1|\right|=2|3x-2|$

Corrigé : 1) $\left|2|x-2|-5\right|-1=0$ Signifie que : $\left|2|x-2|-5\right|=1$

Signifie que : $2|x-2|-5=1$ ou $2|x-2|-5=-1$

Signifie que : $2|x-2|=6$ ou $2|x-2|=4$

Signifie que : $|x-2|=3$ ou $|x-2|=2$

Signifie que : $x-2=3$ ou $x-2=-3$ ou $x-2=2$ ou $x-2=-2$

Signifie que : $x=5$ ou $x=-1$ ou $x=4$ ou $x=0$

Donc : $S=\{-1;0;4;5\}$

2) $\left|3|x+1|-2\right|-6=0$ Signifie que : $\left|3|x+1|-2\right|=6$

Signifie que : $3|x+1|-2=6$ ou $3|x+1|-2=-6$

Signifie que : $3|x+1|=8$ ou $3|x+1|=-4$ pas de solution car la valeur absolue est toujours positif

Signifie que : $3|x+1|=8$ c'est-à-dire : $|x+1|=\frac{8}{3}$

Signifie que : $x+1=\frac{8}{3}$ ou $x+1=-\frac{8}{3}$

Signifie que : $x=\frac{5}{3}$ ou $x=-\frac{11}{3}$ Donc : $S=\left\{-\frac{11}{3};\frac{5}{3}\right\}$

3) $\left|1-2|x-1|\right|=2|3x-2|$ Signifie que : $\left|1-2|x-1|\right|=|6x-4|$

Signifie que : $1-2|x-1|=6x-4$ ou $1-2|x-1|=-6x+4$

Signifie que : $-2|x-1|=6x-5$ ou $-2|x-1|=-6x+3$

Signifie que : $|x-1|=\frac{5-6x}{2}$ ou $|x-1|=\frac{6x-3}{2}$

- On va résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_1) : $|x-1|=\frac{5-6x}{2}$

L'équation (E_1) admet des solutions si : $5-6x\geq 0$ c'est-à-dire si : $x\leq\frac{5}{6}$

Dans ce cas on a : $|x-1|=\frac{5-6x}{2}$ Signifie que : $x-1=\frac{5-6x}{2}$ ou $x-1=-\frac{5-6x}{2}$

Signifie que : $2x-2=5-6x$ ou $2x-2=-5+6x$

Signifie que : $8x=7$ ou $-4x=-3$

Signifie que : $x=\frac{7}{8}\notin\left]-\infty;\frac{5}{6}\right]$ ou $x=\frac{3}{4}\in\left]-\infty;\frac{5}{6}\right]$ ($\frac{7}{8}\simeq 0.875...$ et $\frac{5}{6}\simeq 0.833...$ et $\frac{3}{4}=0.75$)

Donc : $S_1=\left\{\frac{3}{4}\right\}$

- On va résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E_2) : $|x-1|=\frac{6x-3}{2}$

L'équation (E_2) admet des solutions si : $6x-3\geq 0$ c'est-à-dire si : $x\geq\frac{1}{2}$

Dans ce cas on a :

$|x-1|=\frac{6x-3}{2}$ Signifie que : $x-1=\frac{6x-3}{2}$ ou $x-1=-\frac{6x-3}{2}$

Signifie que : $2x-2=6x-3$ ou $2x-2=-6x+3$

Signifie que : $-4x=-1$ ou $8x=5$

Signifie que : $x=\frac{1}{4}\notin\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ ou $x=\frac{5}{8}\in\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$ ($\frac{1}{4}=0.25$ et $\frac{5}{8}=0.625$ et $\frac{1}{2}=0.5$)

Donc : $S_2=\left\{\frac{5}{8}\right\}$

Par conséquent : $S=S_1\cup S_2=\left\{\frac{3}{4};\frac{5}{8}\right\}$

Exercice5 : (**) Résoudre les équations et les inéquations suivantes : 1) $(x-1)^2=9$ 2) $(x-1)^2\leq 9$

3) $\frac{x-1}{x}=\frac{2}{3}$ 4) $\frac{x-1}{x}\leq\frac{2}{3}$

Corrigé :1) Résoudre $(x-1)^2=9$ ssi : $x-1=3$ ou $x-1=-3$ soit $x=4$ ou $x=-2$, d'où $S=\{-2\ ;\ 4\}$.

2) Pour résoudre une inéquation comportant des carrés, on peut transposer tous les termes dans un seul membre et on factorise, si possible, en un produit de facteurs du premier degré.
On peut alors en déduire l'ensemble des solutions à l'aide d'un tableau de signes.

Résoudre $(x-1)^2\le 9$ revient à écrire $(x-1)^2-9\le 0$.D'où : $(x-1-3)(x-1+3)\le 0$: , ou

encore : $(x-4)(x+2)\le 0$.

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-4)(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Le produit est négatif sur l'intervalle [- 2 ; 4] D'où : S = [- 2 ; 4].

3) $\frac{x-1}{x}=\frac{2}{3}$

Pour $x\neq 0$, résoudre l'équation $\frac{x-1}{x}=\frac{2}{3}$ équivaut à résoudre : $3(x-1)=2x$.

D'où : $3x-3=2x$, ou encore $3x-2x=3$, soit $x=3$.
L'ensemble des solutions est $S=\{3\}$.

• Dans le cas de l'inéquation $\frac{x-1}{x}\le\frac{2}{3}$ on transpose tous les termes dans un seul membre et on fait apparaître si possible un quotient de facteurs du premier degré. On peut alors déterminer l'ensemble des solutions à l'aide d'un tableau de signes. Pour $x\neq 0$, résoudre l'équation

$\frac{x-1}{x}\le\frac{2}{3}$ équivaut à résoudre $\frac{x-1}{x}-\frac{2}{3}\le 0$.

En réduisant au même dénominateur, on obtient :

$\frac{3x-3}{3x}-\frac{2x}{3x}\le 0$ c'est-à-dire : $\frac{x-3}{3x}\le 0$

Le quotient est négatif sur l'intervalle] 0 ; 3]

Donc : $S=]0,3]$

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x-3}{3x}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Exercice6 : Résoudre les inéquations suivantes dans $\mathbb{R}$ à l'aide d'un tableau de signes.

1) $x^3+2x^2\le -x$ 2) $\frac{x+3}{3x-5}<\frac{3x-5}{x+3}$ 3) $\frac{(x-1)^2}{x}\le 0$

Corrigé : 1) $x^3+2x^2\le -x$ Signifie que : $x^3+2x^2+x\le 0$ Signifie que : $x(x^2+2x+1)\le 0$

Signifie que : $x(x+1)^2\le 0$

Valeurs frontières : $(x+1)^2=0$ Signifie que : $x+1=0$ Signifie que : $x=-1$ et $x=0$

On peut alors dresser le tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$	
$(x+1)^2$		$+$	0	$+$		$+$	
$x(x+1)^2$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Donc : $S=]-\infty,-1]\cup[-1,0]=]-\infty,0]$

2) $\dfrac{x+3}{3x-5}<\dfrac{3x-5}{x+3}$

● On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation :

Cette équation est définie si et seulement si $3x-5\neq 0$ et $x+3\neq 0$ qui signifie que : $x\neq\dfrac{5}{3}$ et $x\neq -3$

Donc : le domaine de définition de l'inéquation est : $D_I=\mathbb{R}-\left\{-3;\dfrac{5}{3}\right\}$

● On résoud l'inéquation : $\dfrac{x+3}{3x-5}<\dfrac{3x-5}{x+3}$

$\dfrac{x+3}{3x-5}<\dfrac{3x-5}{x+3}$ si et seulement si : $\dfrac{x+3}{3x-5}-\dfrac{3x-5}{x+3}<0$

Si et seulement si : $\dfrac{(x+3)^2-(3x-5)^2}{(x+3)(3x-5)}<0$

Si et seulement si : $\dfrac{[(x+3)-(3x-5)][(x+3)+(3x-5)]}{(x+3)(3x-5)}<0$

Si et seulement si : $\dfrac{(x+3-3x+5)(x+3+3x-5)}{(x+3)(3x-5)}<0$

Si et seulement si : $\dfrac{(-2x+8)(4x-2)}{(x+3)(3x-5)}<0$

Le signe de : $\dfrac{(-2x+8)(4x-2)}{(x+3)(3x-5)}$ dépend du signe des expressions : $-2x+8$ et $4x-2$ et $x+3$ et $3x-5$

Valeurs frontières : $-2x+8=0$ Signifie que : $x=4$ et $4x-2=0$ Signifie que : $x=\dfrac{1}{2}$

$x+3=0$ Signifie que : $x=-3$ et $3x-5=0$ Signifie que : $x=\dfrac{5}{3}$

On peut alors dresser le tableau de signes :

x	$-\infty$	-3		$\frac{1}{2}$		$\frac{5}{3}$		4		$+\infty$
$-2x+8$	+	|	+	|	+	|	+	0	−	
$4x-2$	−	|	−	0	+	|	+	|	+	
$3x-5$	−	|	−	|	−	0	+	|	+	
$x+3$	−	0	+	|	+	|	+	|	+	
$\frac{(-2x+8)(4x-2)}{(3x-5)(x+3)}$	−	||	+	0	−	||	+	0	−	

Donc : $S=]-\infty,-3[\cup\left]\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{3}\right[\cup]4,+\infty[$

3) $\dfrac{(x-1)^2}{x} \leq 0$

● On va déterminer le domaine de définition de l'inéquation :
Cette équation est définie si et seulement si $x \neq 0$
Donc : le domaine de définition de l'inéquation est : $D_I = \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}^*$

● On résoud l'inéquation : $\dfrac{(x-1)^2}{x} \leq 0$

On peut dresser le tableau de signes :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$(x-1)^2$		$+$		$+$	0	$+$	
$\frac{(x-1)^2}{x}$		$-$	$\|$	$+$	0	$+$	

Donc : $S =]-\infty, 0[\cup \{1\}$

Exercice7 : (***) ALI vient de faire le plein de sa voiture. Le réservoir de sa voiture contient 54 ℓ de carburant et sa consommation est de 7 ℓ pour 100 km.
Quand ALI doit-il faire de nouveau le plein de sa voiture s'il ne veut pas être sur la réserve de 5 ℓ du réservoir ?

Corrigé : Soit x le nombre de km parcourus par ALI. Il souhaite refaire le plein avant d'avoir utilisé 49 l d'essence. La consommation du véhicule étant proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus, par un produit en croix, on obtient la relation suivante :

7 *litres*	100 *km*
49 *litres*	x *km*

$7x = 49 \times 100 \Leftrightarrow x = \dfrac{49 \times 100}{7} = 700$

La consommation doit être inférieure à 700 km.
Avec une inéquation : soit m le nombre de litres d'essences consommés
ALI souhaite que : $m < 49$
La consommation du véhicule étant proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus, par un produit en croix, on obtient la relation suivante :

7 *litres*	100 *km*
49 *litres*	x *km*

$100 \times m = 7 \times x$ soit : $m = \dfrac{7 \times x}{100}$

L'inéquation $m < 49$ devient : $\dfrac{7 \times x}{100} < 49 \Leftrightarrow 7 \times x < 49 \times 100 \Leftrightarrow x < 700$ km

ALI doit refaire le plein avant 700 km

Exercice8 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les systèmes suivants. On donnera la réponse sous forme d'intervalle

1) $\begin{cases} 5(2-x) \leq -7x+6 \\ 3x+7 \leq 4\left(x+\dfrac{1}{2}\right) \end{cases}$ 2) $3x-2 < 1-2x \leq x+3$

Corrigé :1) Soit : $x \in \mathbb{R}$

$\begin{cases} 5(2-x) \leq -7x+6 \\ 3x+7 \leq 4\left(x+\dfrac{1}{2}\right) \end{cases}$ Signifie que : $\begin{cases} 10-5x \leq -7x+6 \\ 3x+7 \leq 4x+2 \end{cases}$ Signifie que : $\begin{cases} -5x+7x \leq 6-10 \\ 3x-4x \leq 2-7 \end{cases}$

Signifie que : $\begin{cases} 2x \leq -4 \\ -x \leq -5 \end{cases}$ Signifie que : $\begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 5 \end{cases}$ Signifie que : $x \leq -2 \quad et \quad x \geq 5$

Donc l'ensemble des solutions du système est : $S = \left]-\infty, -2\right] \cap \left[5; +\infty\right[= \varnothing$

2) $3x-2 < 1-2x \leq x+3$

Soit : $x \in \mathbb{R}$

$3x-2 < 1-2x \leq x+3$ Signifie que ; $3x-2 < 1-2x$ et $1-2x \leq x+3$

Signifie que ; $3x+2x < 1+2$ et $-2x-x \leq 3-1$

Signifie que ; $5x < 3$ et $-3x \leq 2$

Signifie que ; $x < \dfrac{3}{5}$ et $x \geq -\dfrac{2}{3}$

Donc l'ensemble des solutions du système est : $S = \left]-\infty, \dfrac{3}{5}\right[\cap \left[-\dfrac{2}{3}; +\infty\right[= \left[-\dfrac{2}{3}; \dfrac{3}{5}\right[$

Exercice9 : (***) 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m l'équation suivante :

$4m^2x+3m(mx+1) = x(3m^2-16)+6$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ et discuter suivant le paramètre m l'inéquation suivante : $(m^2-9)x \leq 3+m$

Corrigé : 1) on va écrire cette équation sous la forme : $ax+b=0$

$4m^2x+3m(mx+1) = x(3m^2+16)+6$ Équivalent à : $4m^2x+3m^2x+3m = 3m^2x+16x+6$

Équivalent à : $4m^2x+3m = 16x+6$

Équivalent à : $4m^2x-16x = 6-3m$

Équivalent à : $4(m^2-4)x = -3(m-2)$

1ére cas : $m^2-4 \neq 0$ c'est à dire : $m \neq 2$ et $m \neq -2$

Alors : $4(m^2-4)x = -3(m-2)$ Équivalent à : $x = \dfrac{-3(m-2)}{m^2-4} = \dfrac{-3(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \dfrac{-3}{m+2}$

Donc : L'équation admet une solution unique : $x = \dfrac{-3}{m+2}$ Par suite : $S = \left\{\dfrac{-3}{m+2}\right\}$

2ére cas : $m=2$: L'équation devient : $4(2^2-4)x = -3(2-2)$

Équivalent à : $0x=0$ donc : $S=\mathbb{R}$

3ére cas : $m=-2$: L'équation devient : $4\left((-2)^2-4\right)x = -3(-2-2)$

Équivalent à : $0x=12$ ce qui est impossible donc : $S=\varnothing$

2) $(m^2-9)x \leq 3+m$

Etudions le signe de : m^2-9

$m^2-9=0$ Équivalent à : $m^2-3^2=0$

Équivalent à : $(m-3)(m+3)=0$

Équivalent à : $m-3=0$ ou $m+3=0$ c'est-à-dire : $m=3$ ou $m=-3$

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
m^2-9		$+$	0	$-$	0	$+$	

1ére cas : $m \in \left]-\infty; -2\right[\cup \left]2; +\infty\right[$ on a ; $m^2-9 \succ 0$:

$(m^2-9)x \leq 3+m$ Équivalent à : $x \leq \frac{3+m}{m^2-9}$ c'est-à-dire : $x \leq \frac{3+m}{(m-3)(m+3)}$

Équivalent à : $x \leq \frac{1}{m-3}$ par suite : $S = \left]-\infty; \frac{1}{m-3}\right]$

2ére cas : $m \in]-2;2[$ on a $m^2-9 \prec 0$:

$(m^2-9)x \leq 3+m$ Équivalent à : $x \geq \frac{3+m}{m^2-9}$ c'est-à-dire : $x \geq \frac{3+m}{(m-3)(m+3)}$

Équivalent à : $x \geq \frac{1}{m-3}$ par suite : $S = \left[\frac{1}{m-3}; +\infty\right[$

3ére cas : $m=2$ l'inéquation devient : $0x \leq 6$ Par suite : $S = \mathbb{R}$

4ére cas : $m=-2$ l'inéquation devient : $0x \leq 0$ Par suite : $S = \mathbb{R}$

Exercice10 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les équations suivantes : 1) $2x-4y+8=0$ 2) $2x-14=4y+8$

Corrigé :1) On a $2x-4y+8=0$ équivalent à : $4y=2x+8$

Équivalent à : $y=\frac{2x+8}{4}$

Équivalent à : $y=\frac{2x}{4}+\frac{8}{4}$

Équivalent à : $y=\frac{1}{2}x+2$

Donc : $S=\left\{\left(x;\frac{1}{2}x+2\right)/\, x\in\mathbb{R}\right\}$

2) On a $2x-14=4y+8$ équivalent à : $2x-4y-14-8=0$

Équivalent à : $2x-4y-22=0$

Équivalent à : $2(x-2y-11)=0$

Équivalent à : $x-2y-11=0$

Équivalent à : $x=2y+11$

Donc : $S=\{(2y+11;y)/\, y\in\mathbb{R}\}$

Exercice11 : (**) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ l'inéquation : $3x+2y<2x+2y-1$

Corrigé : $3x+2y<2x+2y-1$ Équivalent à : $3x-2x+2y-2y+1<0$

Équivalent à : $x+1<0$

Dans un premier temps : De l'inéquation précédente on en déduit :

L'équation de la droite (D) : $x+1=0$ équivalent à : $x=-1$

Cette droite est parallèle à l'axe des l'ordonnées passant par le point $(-1;0)$

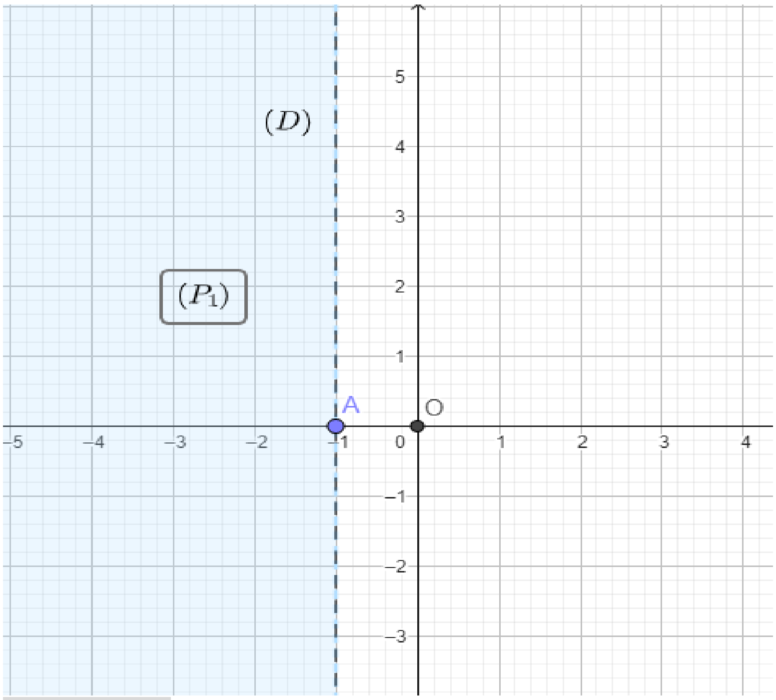
Et détermine Deux demi-plans : P_1 et P_2

Soit $O(0;0)$ On a $0+1<0$ Équivalent à : $1<0$

On constate que le résultat est impossible

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation.

Donc les Solutions de l'inéquation $x+1<0$ est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du demi-plan P_1 colorée en bleu qui ne contient pas le point $O(0;0)$ et privé de la droite (D)



Exercice12 : (**) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\ \begin{cases} 2x-7y+3\geq 0 \\ x-y\leq 0 \end{cases}$

Corrigé : L'équation de la droite (D_1): $2x-7y+3=0$

L'équation de la droite (D_2): $x-y=0$

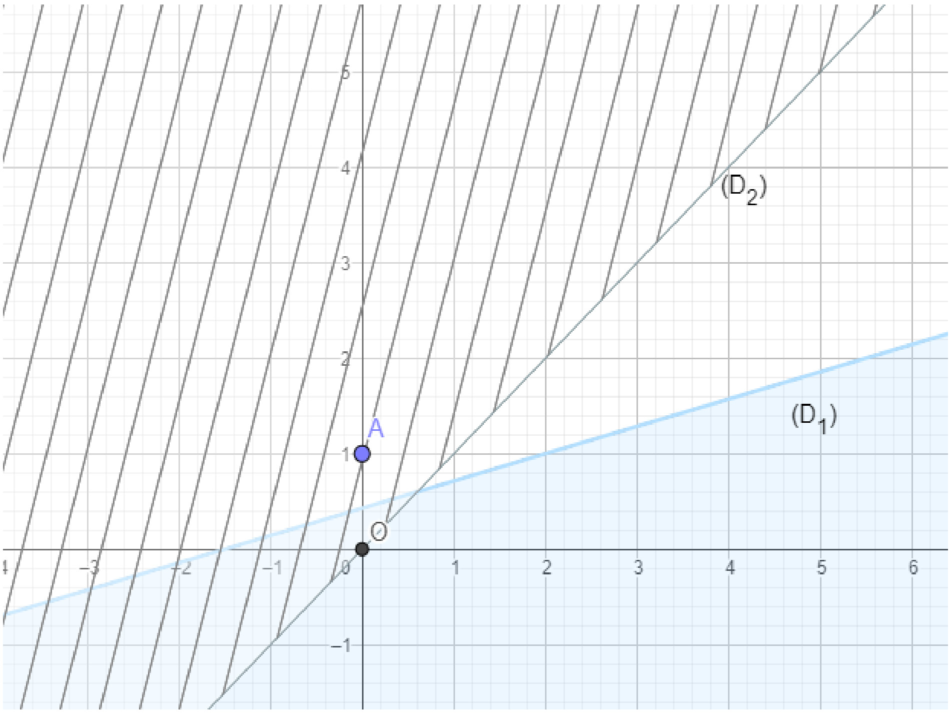
Soit $O(0;0)$ On a $0+0+3\geq 0$ équivalent à : $3\geq 0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ vérifie l'inéquation. $2x-7y+3\geq 0$

Pour $A(0;1)$: On a $0-1\leq 0$ Équivalent à : $-1\leq 0$

Donc : les coordonnes $A(0;1)$ vérifie l'inéquation. $x-y\leq 0$

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan coloré en bleu et hachurés



Exercice13 : (***) Résoudre Dans $\mathbb{R}^2$ le système d'inéquations suivant : $(S)\ \begin{cases} 4x+y-1\geq 0 \\ -3x+y+2\leq 0 \\ x-1\leq 0 \end{cases}$

Corrigé : L'équation de la droite (D_1) : $4x+y-1=0$

L'équation de la droite (D_2) : $-3x+y+2=0$

L'équation de la droite (D_3) : $x-1=0$

Soit $O(0;0)$ On a $4\times 0+0-1\geq 0$ Équivalent à : $-1\geq 0$

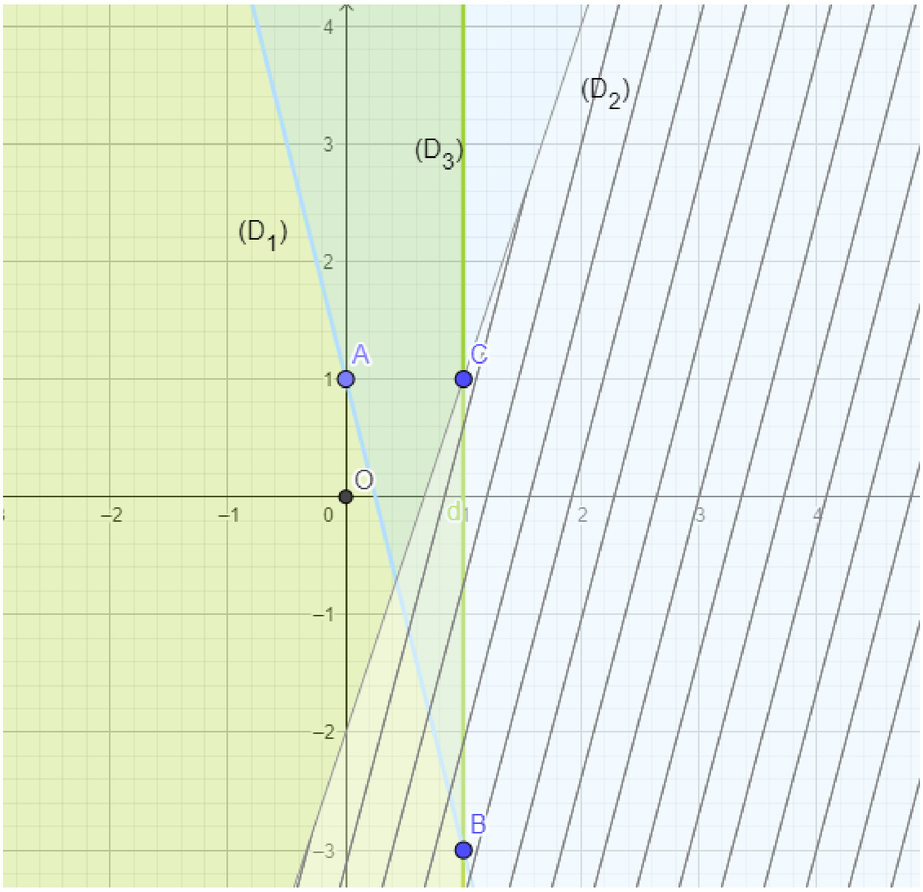
Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $4x+y-1\geq 0$

Soit $O(0;0)$ On a $-3\times 0+0+2\leq 0$ Équivalent à : $2\leq 0$

Donc : les coordonnes $O(0;0)$ ne vérifie pas l'inéquation. $-3x+y+2\leq 0$

Soit $O(0;0)$ On a $0-1\leq 0$ Donc : les coordonnes $O(0;0)$ vérifie l'inéquation. $x-1\leq 0$

Donc les Solutions du système est l'ensemble des couple $(x;y)$ des points $M(x;y)$ du plan coloré avec les deux couleurs et hachurés (Voire la figure ci-dessous.)



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien