PROF: ATMANI NAJIB Niveau : Tronc commun sciences	Série A Ensembles des nombres	http://www.xriadiat.com Matière : Mathématiques

Exercice1

1) Montrer que

$\left(\sqrt{1+\frac{3}{5}}\times\sqrt{1+\frac{3}{5}}\right)\in\mathbb{Q}$ // $\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^2\in\mathbb{D}$ // $\frac{\left(8^{n+1}+8^n\right)^2}{\left(4^{n-1}-4^n\right)^3}\in\mathbb{Z}$

$\frac{\left(9^{n+1}+9^n\right)^2}{\left(3^{2n+1}-3^{2n}\right)^2}\in\mathbb{N}$ // $\frac{2^m}{5^n}\in\mathbb{D}$ avec $m\in\mathbb{N}$ et $n\in\mathbb{N}$

$\sqrt{2\sqrt{\frac{5\sqrt{2}-7}{5\sqrt{2}+7}}+5\sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}}}\in\mathbb{N}$

2) soit x un nombre réel strictement positif $(x>3)$; tel que $x^2-3x-4=0$. Montrer que $2\left(\sqrt{\frac{x-3}{x}}-\sqrt{\frac{x}{x-3}}\right)\in\mathbb{Z}$

Exercice2

1) Rendre le dénominateur de chacun des nombres suivants un entier naturel

$A=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$; $B=\frac{2+3\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}-\frac{3+2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$;

$C=3\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)+\frac{1}{\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}$

2) simplifier les expressions suivantes :

$A=\frac{8^2\times5^3\times7^2\times63}{5^4\times7^3\times2^8\times9}$; $B=\frac{\left(3^7\times2^{-6}\times9^{-1}\right)^2}{\left(9^{-2}\times3^2\times2^{-1}\right)^3}$;

3) Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$A=4.5\times10^5\times6.4\times10^4$; $B=\frac{4.8\times10^{-13}\times9\times10^4}{1.2\times10^{-7}}$

Exercice3

on considère les nombres suivants :

$a=\sqrt{8+2\sqrt{15}}$ et $b=\sqrt{8-2\sqrt{15}}$

1) Calculer $a\times b$
2) On pose $u=a+b$ et $v=a-b$
   a) Calculer u^2 et v^2 puis déduire u et v
   b) Déduire une écriture simplifiée de a et b .
3) On pose $X=\sqrt{17+12\sqrt{2}}$ et $Y=\sqrt{17-12\sqrt{2}}$

Montrer que $XY=1$ et calculer $\left(X+Y\right)^2$ et $\left(X-Y\right)^2$

Exercice4

1. Développer puis réduire les expressions suivantes :

⊕ $A=(2x-1)^2+(x+2)^3$ ⊕ $B=(x+2)(x^2-2x+4)$

⊕ $C=(x-3)(x^2+3x+9)$ ⊕

2. factoriser les expressions suivantes

⊕ $E=x^2-4+(x+3)(x-2)-3(x-2)^2$

⊕ $F=x^3-27+2(x^2-9)-3x+9$

⊕ $H=x^3+1+3(x^2-1)-x-1$

Exercice5

1) soient x et y deux nombres réels tels que $x+y=2$ et $x^2+y^2=6$

Calculer : xy ; x^3+y^3 ; x^4+y^4 et x^6+y^6

2) Soit $a\in\mathbb{R}^*$ tel que $a+\frac{1}{a}=2$.

Calculer les nombres suivants :

$a^2+\frac{1}{a^2}$; $a^3+\frac{1}{a^3}$ et $a^4+\frac{1}{a^4}$

Exercice6

Soit $x\in\mathbb{R}$

1) Montrer que $1-x^6=(1-x)\left(1+x^2+x^3+x^4+x^5\right)$
2) Déduire la valeur de $A=1+\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+....+\frac{32}{243}$

Exercice7

1) Soient $x;y$ et z trois nombres réels non nul tels que $xy+xz+yz=0$
   a) Montrer que $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$
   b) Montrer que $\frac{x+y}{z}+\frac{x+z}{y}+\frac{y+z}{x}=-3$
2) Soient $a;b$ et c trois nombres réels positifs tels que $abc=1$

Montrer que $\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ac+c+1}=1$